CALCULS - PEMDAS

- ✓ On commence par les ( ), puis les exposants, puis les x ou : , enfin les + ou -

→ $100 - (7+2)\cdot 5 = 100 - 9 \cdot 5 = 100 - 45 = 55$

- ✓ On fait les calculs dans **l'ordre** lorsque l'expression ne comporte que des additions ou soustractions, et que des multiplications ou divisions.

→ $40 - 17 + 20 = 23 + 20 = 43$

* IMPORTANT! Le signe qui précède un nombre appartient à ce nombre.
Ex : $-3 + 2 - (-6) + 10 - (+4) + (-1)$ Négatifs : -3 , -6 , -1 Positifs : $+2$, $+10$, $+4$

Addition des ENTIERS

Addition et soustraction	SIGNES IDENTIQUES	SIGNES DIFFÉRENTS
SIGNE DU RÉSULTAT	Le résultat est du signe des deux nombres	Le résultat est du signe du plus «gros» nombre (nombre plus éloigné de 0)
OPÉRATION À EFFECTUER	**ADDITION** sans tenir compte des signes	**SOUSTRACTION** sans tenir compte des signes

- ✓ Ajouter des entiers de même signe

→ $3 + 4 + 0,6 = 7,6$ $(-5) + (-2) = -7$

- ✓ Ajouter des entiers de signes contraires :

→ $13 + (-9) = 4$ $7 + (-10) = -3$

- ✓ Soustraire deux entiers :

→ $15 - 2 = 13$ $12 - (-1) = 12 + 1 = 13$

Petit truc : On peut aussi imaginer une «bataille» entre les PLUS et les MOINS.
1. Simplifier les doubles signes (+ - et - -)
2. Encercler chaque nombre ET son SIGNE
3. Qui gagne la bataille ? (MOINS ou PLUS)
4. De combien ? (on trouve la réponse)

Évidemment, si les deux nombres sont du même signe (-3 et -4), il n'y a pas de bataille.
Les deux gangs MOINS s'assemblent pour devenir une armée (-7) !

Multiplication des ENTIERS

Multiplication et division	SIGNES IDENTIQUES $3\cdot 4$ ou $-3\cdot -4$	SIGNES DIFFÉRENTS $-3\cdot 4$ ou $3\cdot -4$
SIGNE DU RÉSULTAT	Le résultat est POSITIF 12	Le résultat est NÉGATIF -12
OPÉRATION À EFFECTUER	Multiplication ou division sans tenir compte des signes	

- ✓ Multiplier ou diviser deux entiers :

→ $-6 \cdot 2 = -12$
→ $-4 \cdot (-5) = 20$
→ $-6 : 2 = -3$
→ $-4 : (-5) = 0,8$

Pour multiplier **plusieurs** nombres entiers, on compte le nombre de facteurs négatifs :
Si ce nombre est **pair**, le produit est **POSITIF**
Si ce nombre est **impair**, le produit est **NEGATIF**
→ $-5 \cdot 2 \cdot (-1) \cdot 3 \cdot (-4) = -120$

$(+) \times (+) = +$
$(-) \times (-) = +$
$(+) \times (-) = -$
$(-) \times (+) = -$

Les EXPOSANTS

Ne pas confondre le signe de la base et le signe de l'exposant

Base négative sans ( ) : $-2^4 = -2\cdot 2\cdot 2\cdot 2 = -16$

Base négative avec ( ) : $(-2)^4 = -2\cdot -2\cdot -2\cdot -2 = 16$

L'exposant s'applique à ce qu'il touche

2. Loi des exposants

	Cas	À faire	Exemple
1	PRODUIT de puissances de même base	Additionner les exposants	$a^2\cdot a^5 = a^{2+5} = a^7$
2	QUOTIENT de puissances de même base	Soustraire les exposants	$\frac{a^7}{a^3} = a^{7-3} = a^4$
3	PUISSANCE de puissance	Multiplier les exposants	$(a^2)^4 = a^{2\cdot 4} = a^8$
4	PUISSANCE d'un produit	Distribuer l'exposant	$(4ab)^2 = 4^2a^2b^2$
5	PUISSANCE d'un quotient	Distribuer l'exposant	$\left(\frac{2a}{c}\right)^2 = \frac{2^2a^2}{c^2}$

La notation scientifique

On utilise cette notation pour se simplifier la vie avec les grands et les petits nombres.
Un (1) seul chiffre avant la virgule, une puissance de 10 qui multiplie le nombre

Exemples : 4'703'958'000 s'écrit, en notation scientifique: 4,703958 x 10^9

(la virgule s'est déplacée de 9 rangs)

0,000007 s'écrit, en notation scientifique: 7 x 10^{-6}

(la virgule s'est déplacée de 6 rangs)

Pour **multiplier**, on additionne les exposants; pour **diviser**, on les soustrait :

- 4'000'000'000 x 90'000'000 = 4 x 10^9 x 9 x 10^7 = (4 x 9) x (10^9 x 10^7) = 36 x 10^{16} *[16= 9+7]*
  = 3,6 x 10^{17}
- 12'000'000'000 x 0,005 = 1,2 x 10^{10} x 5 x 10^{-3} = (1,2 x 5) x (10^{10} x 10^{-3}) = 6 x 10^7 *[7=10+(-3)]*
- 42'000'000 : 0,0006 = (4,2 x 10^7) : (6 x 10^{-4}) = (4,2 : 6) x (10^7 : 10^{-4}) = 0,7 x 10^{11} *[11=7–(-4)]*
  = 7 x 10^{10}
- 3'600 : 90'000'000 = (3,6 x 10^3) : (9 x 10^7) = (3,6 : 9) x (10^3 : 10^7) = 0,4 x 10^{-4} *[-4=3-(-7)]*
  = 4 x 10^{-3}

FRACTIONS

Comment transformer 0,6 (un code à virgule) en nombre fractionnaire ?

1) Multiplier le code à virgule par 10, 100, 1000, ... jusqu'à ce qu'il devienne entier :

$$\mathbf{0,6 \times 10 = 6}$$

2) Le code fractionnaire équivalent sera: $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ *(ne pas oublier de simplifier)*

<u>Exemples</u>: a) 0,375 --> 0,375 x 1000 = 375 --> code fractionnaire: $\frac{375}{100} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$

b) 1,44 --> 1,44 x 100 = 144 --> code fractionnaire: $\frac{144}{100} = \frac{72}{50} = \frac{36}{25}$

Comment transformer une fraction en nombre à virgule ?

<u>Réponse</u>: il suffit de diviser le numérateur par le dénominateur: $\frac{3}{4}$(¾) → **3 : 4 = 0,75**

<u>Exemples</u>: a) $\frac{4}{7}$ --> 4 : 7 = **0,5714**... b) $\frac{15}{4}$ → **15 : 4 = 3,75**

SIMPLIFIER UNE FRACTION

AMPLIFIER une fraction,
c'est **MULTIPLIER**
<u>son numérateur et son dénominateur</u>
par un même nombre.

$$\frac{8}{12} \xrightarrow{\times 5} \frac{40}{60} \qquad \frac{3}{4} \xrightarrow{\times 7} \frac{21}{28}$$

SIMPLIFIER une fraction,
c'est **DIVISER**
<u>son numérateur et son dénominateur</u>
par un même nombre.

$$\frac{49}{35} \xrightarrow{:7} \frac{7}{5} \qquad \frac{18}{64} \xrightarrow{:2} \frac{9}{32}$$

Lorsqu'on ne peut plus simplifier une fraction, on dit qu'elle est IRRÉDUCTIBLE

OPERATIONS SUR LES FRACTIONS

Additionner ou soustraire des fractions

➔ $\frac{13}{6} - \frac{8}{6} = \frac{13-8}{6} = \frac{5}{6} \quad \frac{2}{27} + \frac{11}{27} - \frac{25}{27} = -\frac{12}{27} = -\frac{4}{9}$

Avec des dénominateurs différents, on commence par réduire les fractions au même dénominateur.

➔ $\frac{13}{2} + \frac{7}{3} = \frac{13\times 3}{2\times 3} + \frac{7\times 2}{3\times 2} = \frac{39}{6} + \frac{14}{6} = \frac{53}{6}$

!!! PENSEZ A RENDRE LA FRACTION IRREDUCTIBLE

Multiplier 2 fractions on simplifie de numérateur à dénominateur.

$\frac{4}{7} \times \frac{21}{16}$ ⟶ *On constate ici que 21 et 7 peuvent se simplifier, ainsi que 4 et 16* ⟶ $\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{7}_{1}} \times \frac{\cancel{21}^{3}}{\cancel{16}_{4}} = \frac{1 \times 3}{1 \times 4} = \frac{3}{4}$

Diviser par une fraction, c'est multiplier par son inverse.

➔ $\frac{2}{7} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{21}$ *fraction irréductible !*

POURCENTAGES

Appliquer un pourcentage

75 % des 24 élèves d'une classe ont un téléphone *signifie que sur 100 élèves, 75 ont un téléphone !*

➔ $\frac{75}{100} \times 24 = 18$ Donc 18 élèves ont un téléphone.

Augmenter - Diminuer

Un bijoux affiché 79 € est soldé à – 20 %

➔ Montant de la remise : $\frac{20}{100} \times 79 = 15,8$

➔ Prix soldé : $79 - 15,8 = 63,2$ €

Calculer un pourcentage

Dans un collège de 600 élèves, 126 sont en 3ème *signifie que 126 élèves sur 600 sont en 3ème.*

➔ $\frac{126}{600} \times 100 = 21$ Donc 21 % des élèves sont en 3ème.

Caractère de divisibilité

Un nombre est divisible par…

…**2**	si son dernier chiffre se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8
…**3**	si la somme de ses chiffres est divisible par 3
…**4**	si le nombre formé par les 2 chiffres de droite est divisible par 4
…**5**	si le nombre se termine par 0 ou par 5
…**6**	critères de 2 et de 3
…**8**	si le nombre formé par les 3 chiffres de droite est divisible par 8
…**9**	si la somme des chiffres est divisible par 9
…**10**	si le nombre se termine par 0
…**25**	si le nombre se termine par 00, 25, 50 ou 75
…**50**	si le nombre se termine par 00 ou par 50
…**100**	si le nombre se termine par 00

*Si un nombre ne se divise par aucun autre, on dit qu'il est **premier**. Exemples : 7, 11, 23, 101*

Nombres premiers et factorisation première

Un nombre premier a la particularité de n'être divisible que par lui-même et par un.

On peut décomposer un nombre en facteurs premiers:

Par exemple: 24 se décompose en 2 x 2 x 2 x 3

60 se décompose en 2 x 2 x 3 x 5

Comment trouver ces facteurs ? La "*chaussette*" aide !!

84	**2**	
42	**2**	
21	**3**	(On ne peut plus diviser par 2)
7	**7**	(On ne peut plus diviser par 3 ni par un autre nombre que 7)
1	**1**	

Facteurs premiers de 84 :

2, 2, 3, 7 (1).

315	**3**	(On ne peut pas diviser par 2)
105	**3**	
35	**5**	(On ne peut plus diviser par 3)
7	**7**	(On ne peut plus diviser par 5, ni par un autre nombre que 7)
1	**1**	

Facteurs premiers de 315 :

3, 3, 5, 7 (1).

Liste des premiers nombres premiers:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, ...

PGDC et PPCM

PPCM (Plus Petit Commun Multiple)

Comment trouver le PPCM de 90 et de 48 ?

1) Décomposer les deux nombres en facteurs premiers

90	2
45	**3**
15	**3**
5	**5**
1	

48	**2**
24	**2**
12	**2**
6	**2**
3	3
1	

2) S'ils apparaissent dans plusieurs colonnes, on prend les colonnes dans lesquelles le facteur apparaît en plus grand nombre.

3) PPCM de 90 et 48: 2x2x2x2x3x3x5 = 720

Remarque: très pratique pour rechercher des dénominateurs communs .

PGCD (Plus Grand Commun Diviseur)

Comment trouver le PGCD de 60 et de 108 ?

1) Décomposer les deux nombres en facteurs premiers

60	**2**
30	**2**
15	**3**
5	5
1	

108	**2**
54	**2**
27	**3**
9	3
3	3
1	

2) On ne sélectionne que les facteurs qui apparaissent dans les deux colonnes.

PGDC de 60 et 108 = 2 x 2 x 3 = **12**

Quel est le PGCD de 48 et de 72 ?

Le PPCM est utilisé quand on cherche un moment de rencontre dans le FUTUR

Ex : L'autobus #26 passe à l'arrêt toutes les 18 minutes. L'autobus #34 passe au même arrêt toutes les 24 minutes. Si les deux autobus viennent de passer à l'arrêt, dans combien de temps repasseront-ils en même temps ?

Le PGCD est utilisé dans une situation de partage, de formation du plus grand nombre d'équipes.

Ex : On veut former le plus grand nombre d'équipe contenant le même nombre de filles et de garçon. Pour ce faire, il faut répartir les 18 filles et les 24 garçons. Combien y aura-t-il d'équipes ?

CALCUL LITTERAL

Une expression algébrique est composée d'une partie numérique(coefficient) et d'une partie littérale.

Coefficient $\leftarrow$ $4a^2b$ $\rightarrow$ **Partie littérale**

✓ Développer et réduire

Pour réduire une somme algébrique de termes semblables, il faut conserver la partie littérale et additionner les parties numériques (coefficients).

$$\overbrace{3a + 2a}^{3+2} = 5a$$

Pour réduire un **produit** algébrique, il faut **multiplier** les facteurs **numériques** entre eux et '**écrire'** les facteurs **'littéraux'** dans l'ordre alphabétique.

$$\overbrace{\underbrace{3a \cdot 2b}_{a.b}}^{3.2} = 6ab$$

✓ DISTIBUTIVITE <u>simple et double</u>

$$k(a+b) = k.a + k.b$$

$$(a+b)(c+d) = a.c + a.d + b.c + b.d$$

$$\begin{aligned} E &= 5(2x+3) \\ E &= 5.2x + 5.3 \\ E &= 10x + 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= (x+6)(x+2) \\ F &= x.x + x.2 + 6.x + 6.2 \\ F &= x^2 + 2x + 6x + 12 \\ F &= x^2 + 8x + 12 \end{aligned}$$

✓ Mise en évidence

Lorsque tous les termes d'une somme possèdent un (des)facteur(s) commun(s), on peut transformer cette somme en un produit de facteurs.

<u>***Exemple 1 :***</u> Factorise $ab + ac$.

$ab + ac =$	$\boldsymbol{a}.b + \boldsymbol{a}.c$	→ On repère le facteur commun : **a**.
$=$	$\boldsymbol{a}.(b+c)$	→ On place en évidence le nombre **a**.

<u>***Exemple 2 :***</u> Factorise $4b + 8c$.

$4b + 8c =$	$\mathbf{4}.b + \mathbf{4}.2.c$	→ On repère le facteur commun : **4**.
$=$	$\mathbf{4}.(b+2c)$	→ On place en évidence le nombre **4**.

✓ SUPPRIMER des parenthèses précédées d'un signe +

Dans une somme algébrique, on peut supprimer les parenthèses et le signe « + » qui les précède sans changer le signe des termes compris dans ces parenthèses.

$$3a + (-2b + 3c) = 3a - 2b + 3c$$

✓ **SUPPRIMER des parenthèses précédées d'un signe –**

Dans une somme algébrique, on peut supprimer les parenthèses et le signe « - » qui les précède à condition de changer le signe de **TOUS** les termes compris dans ces parenthèses.

$$3a - (-2b + 3c) = 3a + 2b - 3c$$

✓ **Résoudre des équations**

$$\frac{x}{7} = \frac{30}{105}$$
$$x = \frac{7 \times 30}{105} = \frac{210}{105} = 2$$
$$S = \{2\}$$

$$3x - 5 = 7$$
$$3x \cancel{-5} \cancel{+5} = 7 + 5$$
$$3x = 12$$
$$x = \frac{12}{3} = 4$$
$$S = \{4\}$$

✓ **Valeur d'une expression**

➔ Compléter un tableau :

x	4x	x^3	12 - 3x
7	4 x 7 = 28	7^3 = 343	12 – 3 x 7 = - 9

➔ Calculer avec une formule :

Le volume d'un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 5 cm est donné par : $V = \pi \times r^2 \times h$

$V = \pi \times 3^2 \times 5 = \pi \times 9 \times 5 = 45\pi \approx 141\ \text{cm}^3$ à 1 cm^3 près

PRODUITS REMARQUABLES

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

L'ECHELLE

L'échelle nous indique, dans le cas d'un dessin, d'un plan, d'une carte (géographique), comment on a réduit ou agrandi le modèle pour pouvoir le faire tenir sur une feuille.

Le premier nombre indique la mesure sur le dessin, le plan ou la carte ; le 2e nombre est son équivalent dans la réalité (!! dans la même unité ! !).

Échelle = $\frac{\text{Mesure-dessin}}{\text{Mesure-réalité}}$

1 : 6 signifie :

un centimètre sur le dessin vaut 6 cm dans la réalité

- **une échelle 1:1** indique qu'on a recopié exactement les dimensions réelles de l'objet.
- **une échelle 1:10'000** signifie qu'on a divisé par 10'000 les dimensions réelles de l'objet pour le dessiner : 200 mètres sur le terrain ne mesurent plus que 0.02 mètres sur le plan (2 cm).
- **une échelle 3:1** indique qu'on a multiplié par 3 les dimensions réelles de l'objet : 9 centimètres de l'objet réel deviennent alors 27 cm sur le dessin.

PROPORTIONS

Pour réaliser une douzaine de crêpes, Camille utilise 3 oeufs, 150 g de sucre et 225 g de farine.

Nb de crêpes	œufs	sucre	farine
12	3	150	225
20			

Calculer les ingrédients pour 20 crêpes.

$$\frac{20\times 3}{12}=5 \qquad \frac{20\times 150}{12}=250 \qquad \frac{20\times 225}{12}=375$$

Situation de proportionnalité :

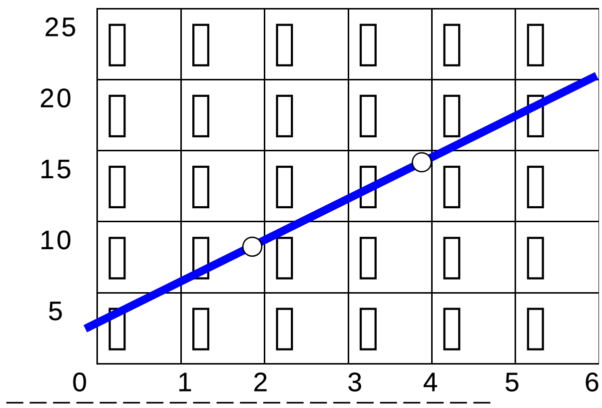
Au marché j'achète 4 kg de pommes que je paie, en tout, 14 francs.

Les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 sont proportionnels aux nombres 3,5 ; 7 ; 10,5 ; 14, ...

Nbr kg	Prix en fr
1	
2	
3	
4	**14**
5	
6	

<u>Coefficient de proportionnalité</u> (c'est ici le prix pour 1 kg.)

3,5



On peut représenter cette fonction à l'aide d'un graphique *(diagramme cartésien).*

Il est très utile de rechercher le **coefficient de proportionnalité** qui permet de trouver les correspondances plus rapidement et plus facilement.

Dans le cas d'une proportion, le produit croisé (ou produit en croix) entre les termes extrêmes et les termes moyens donne toujours un résultat équivalent (loi fondamentale des proportions).

$$\frac{\overset{\text{extrême}}{1}}{\underset{\text{moyen}}{4}} \times \frac{\overset{\text{moyen}}{2}}{\underset{\text{extrême}}{8}}$$

$$\underbrace{1 \times 8}_{\text{extrêmes}} = \underbrace{4 \times 2}_{\text{moyens}}$$

$$8 = 8$$

Cette loi nous permet de trouver une valeur inconnue dans une proportion (appelée la « quatrième proportionnelle ») à partir de trois autres valeurs connues.

Résoudre un problème

Bien lire l'énoncé, mets au fluo les données importantes

- 1ère étape : choix de l'inconnue
- 2ème étape : mise en équation du problème
- 3ème étape : résolution de l'équation
- 4ème étape : vérification des résultats

Repérage

1. <u>La droite graduée</u>

Une droite graduée est une droite sur laquelle on a choisi :

- deux points A et B auxquels on associe les nombres 0 et 1 ;
- une unité de longueur qui est la distance entre les points A et B ;
- un sens, en général vers la droite, de A vers B.

L'abscisse d'un point sur une droite graduée est la distance qui le sépare du point d'abscisse 0, c'est-à-dire de l'origine.

Abs A = 0 abs B = 1 abs C = 4 abs D = - 3

Tous les nombres ont une place sur une droite graduée et à tout point de la droite correspond un nombre.

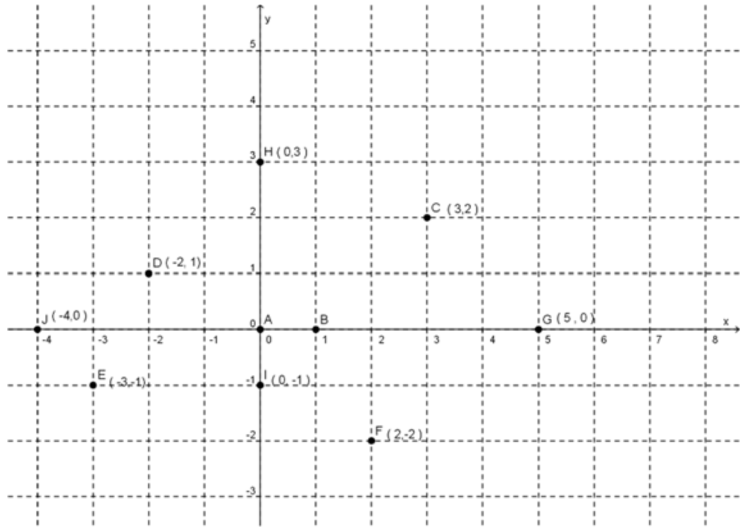
2. <u>Le repère cartésien</u>

Un repère cartésien est formé de deux droites graduées perpendiculaires se coupant au point 0.

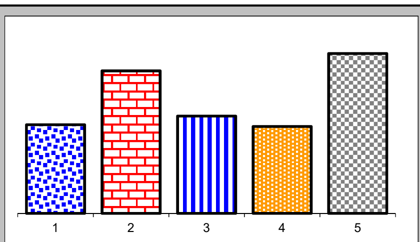
Un point du plan est repéré par son abscisse et son ordonnée.

L'axe horizontal est l'axe x ou axe des abscisses.
L'axe vertical est l'axe y ou axe des ordonnées.

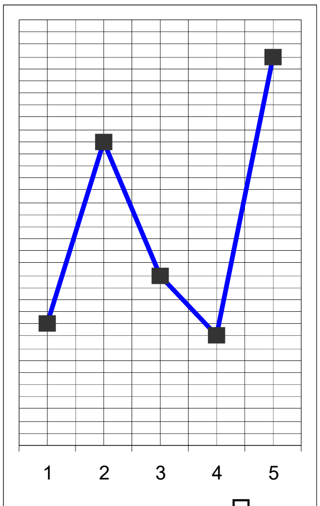
Le couple de nombres (x , y) qui repère tout point du plan est appelé <u>coordonnée</u> du point.



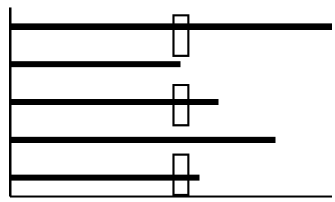
Les tableaux et graphiques



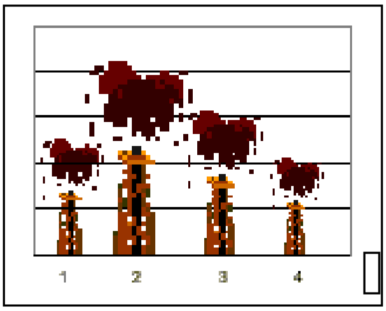
en colonnes



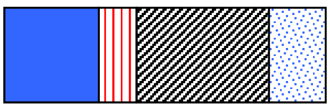
cartésien



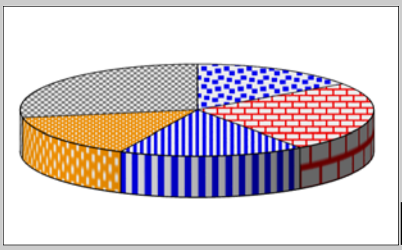
en bâtons



figuratif



en barre



circulaire
(en gâteau, camembert)

STATISTIQUE

Population : Ensemble des personnes ou des objets sur lesquels porte une étude statistique.
Échantillon : Une partie d'une population.
Effectif total : c'est le nombre de valeurs dans la série statistique.
Effectif d'une valeur donnée: c'est le nombre de fois ou la valeur apparaît pour cette série
Caractère : Le sujet de l'étude. (Ce sur quoi porte la recherche)

1. **Qualitatif :** Les données recueillies sont des MOTS ou des CODES. (couleur des yeux ou code postal)
2. **Quantitatif :** Les données recueillies sont des NOMBRES. (taille, poids,…)NOMBRES. (taille, poids, …)

Voici les 10 pointures des filles d'une classe : 36 ; 37 ; 37 ; 37 ; 37 ; 38 ; 38 ; 39 ; 39 ; 39
La moyenne simple est donnée par :

$$M = \frac{36+37+37...+39}{10} = \frac{377}{10} = 37{,}7$$

La moyenne pondérée est donnée par :

$$M = \frac{36\times1+37\times4+38\times2+39\times3}{13} = \frac{377}{10} = 37{,}7$$

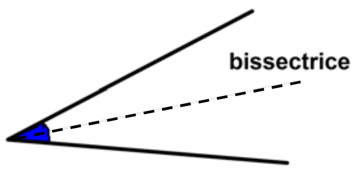
La fréquence des filles qui chaussent du 37 est :

$$f = \frac{4}{10} = 0{,}25 \text{ soit 25\% des filles.}$$

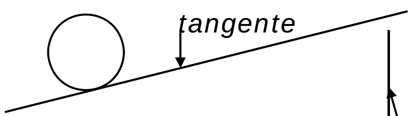
L'étendue de cette série est : 42 - 36 = 6
Le mode est la valeur où l'effectif est le plus grand
! Il y a 13 valeurs, la **médiane** qui partage la série en 2 groupes de **même** effectif, est la 7ème valeur soit 38.
Il y a autant d'élèves qui chaussent du 38 ou moins que d'élèves qui chaussent du 38 ou plus.

GEOMETRIE USUELLE

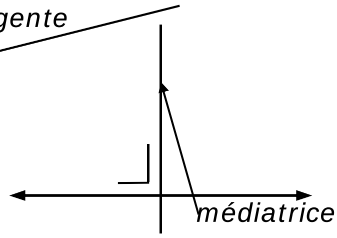
Une **bissectrice** est une droite qui **partage un angle en deux parties égales.**



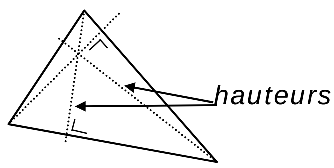
La **tangente** à un cercle est une droite qui coupe le cercle en 1 seul point, c'est à dire qui le "rase".



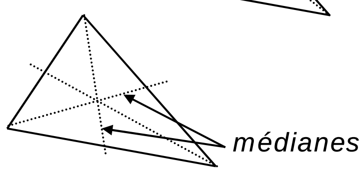
La **médiatrice** est une droite qui coupe **perpendiculairement** un segment en **deux parties égales.**



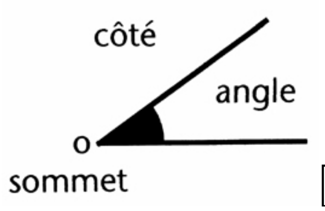
Les **hauteurs** d'un triangle sont des droites qui passent par un sommet et qui **coupent perpendiculairement** le côté opposé.



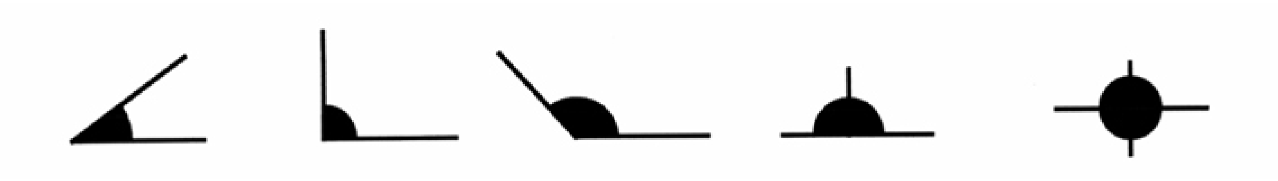
Les **médianes** du triangle sont des droites qui passent par un sommet et qui **coupent le côté opposé en son milieu.**



LES ANGLES

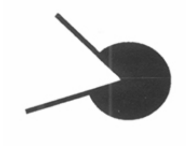


La grandeur d'un angle ne dépend pas de la longueur de ses côtés mais de leur écartement.
L'unité de mesure est le **degré** (exemple : 45°)
Parfois, on utilise aussi le *radian* ou le *grade*.



angle aigu (ici, ~ 36°)	angle droit (90°) **L**	angle obtus (ici, ~ 133°)	angle plat (180°)	un tour (360°)

Un angle rentrant = un angle compris entre 180° et 360°



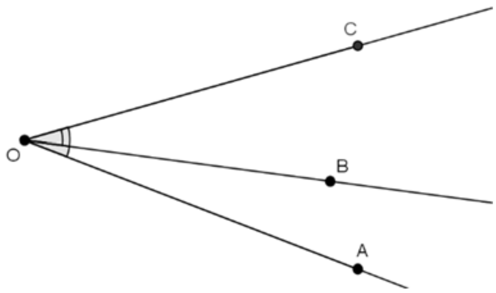
(ici, ~ 300°)

Type d'angles

1. Angles adjacents

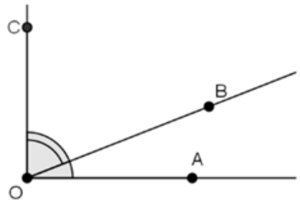
Deux angles adjacents sont deux angles ayant le même sommet, un côté commun et situés de part et d'autre de ce côté commun.

Exemple : AOB et BOC sont deux angles adjacents



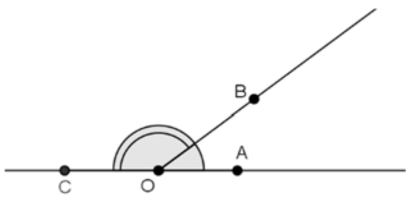
2. Angles complémentaires – Angles supplémentaires

Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme des amplitudes vaut 90°.



Exemple : AOB et BOC sont deux angles complémentaires

Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme des amplitudes vaut 180°.

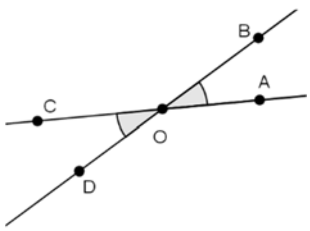


Exemple : AOB et BOC sont deux angles supplémentaires

3. Angles opposés par le sommet

Deux angles opposés par le sommet sont deux angles ayant le même sommet et dont les côtés de l'un sont les prolongements des côtés de l'autre.

Exemple : AOB et COD sont deux angles opposés par le sommet



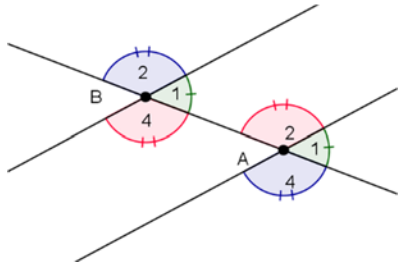
Propriété : **Deux angles opposés par le sommet ont la même amplitude.**

4. Angles formés par deux droites parallèles coupées par une droite sécante

a) Angles correspondants :

Deux angles correspondants sont deux angles situés du même côté de la sécante, l'un à l'intérieur et l'autre à l'extérieur des parallèles.

Propriété : **Deux angles correspondants ont la même amplitude.**



b) Angles alternes-internes :

Deux angles alternes-internes sont deux angles situés de part et d'autre de la sécante, tous deux à l'intérieur des parallèles.

Propriété : **Deux angles alternes-internes ont la même amplitude.**

c) Angles alternes-externes :

Deux angles alternes-externes sont deux angles situés de part et d'autre de la sécante, tous deux à l'extérieur des parallèles.

Propriété : **Deux angles alternes-externes ont la même amplitude.**

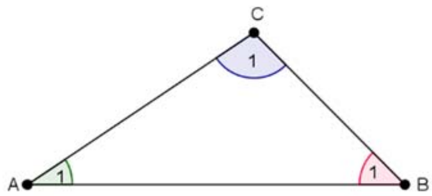
Exemple : A_1 et B_1 sont deux angles correspondants
A_2 et B_4 sont deux angles alternes-internes
A_4 et B_2 sont deux angles alternes-externes

5. Angles d'un triangle

a) Angles intérieurs d'un triangle :

Propriété :

La somme des amplitudes des angles intérieurs d'un triangle vaut 180°.

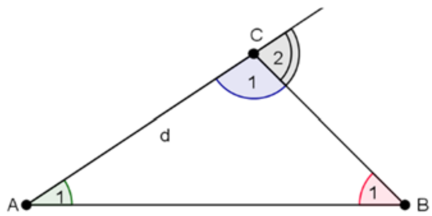


Exemple : $|A_1| + |B_1| + |C_1| = 180°$

b) Angle extérieur d'un triangle :

Propriété :

L'amplitude d'un angle extérieur d'un triangle vaut la somme des amplitudes des angles intérieurs non adjacents.



Exemple : $|C_2| = |A_1| + |B_1|$

6. Angles d'un polygone régulier

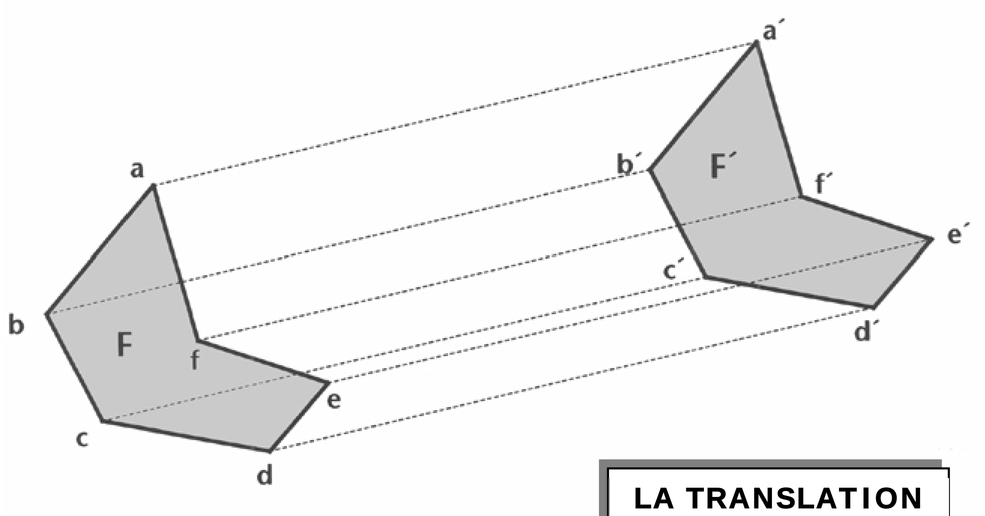
Formule : (nbre de côté – 2) . 180°

Pour trouver la mesure d'un angle int. dans un polygone régulier : on ÷ par n.
La somme des mesures des angles int. d'un triangle est 180°.
La somme des mesures des angles int. d'un quadrilatère est 360°.
La somme des mesures des angles extérieurs de TOUS les polygones

TRANSLATION

L'image **F'** de **F** conserve:

- l'orientation
- les mesures
- les angles
- le parallélisme

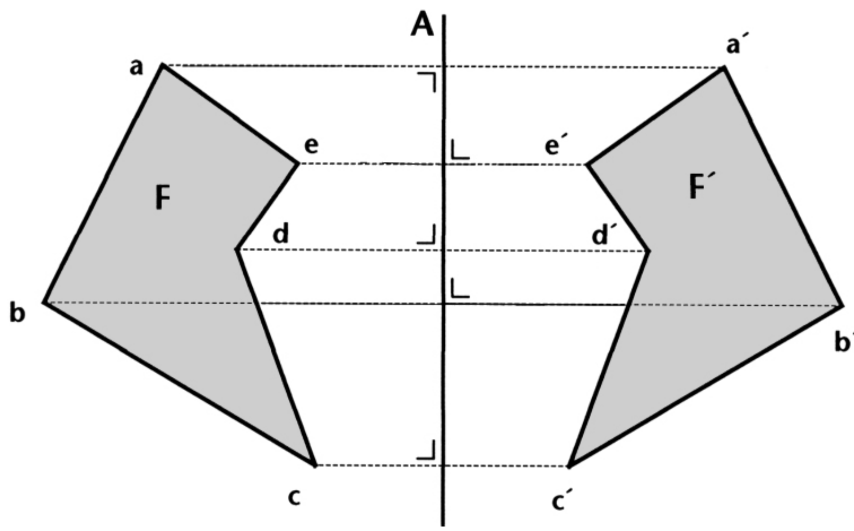


Le glissement qui amène **F** en **F'** est une **translation**.

LA TRANSLATION
≡
mouvement de glisser sans tourner.

2) **a', b', c',** ... sont les **images** des points **a, b, c, ...**

SYMETRIE ORTHOGONALE



LA SYMETRIE ORTHOGONALE
≡
un retournement sans

Le mouvement qui amène **F** en **F'** est une symétrie orth.

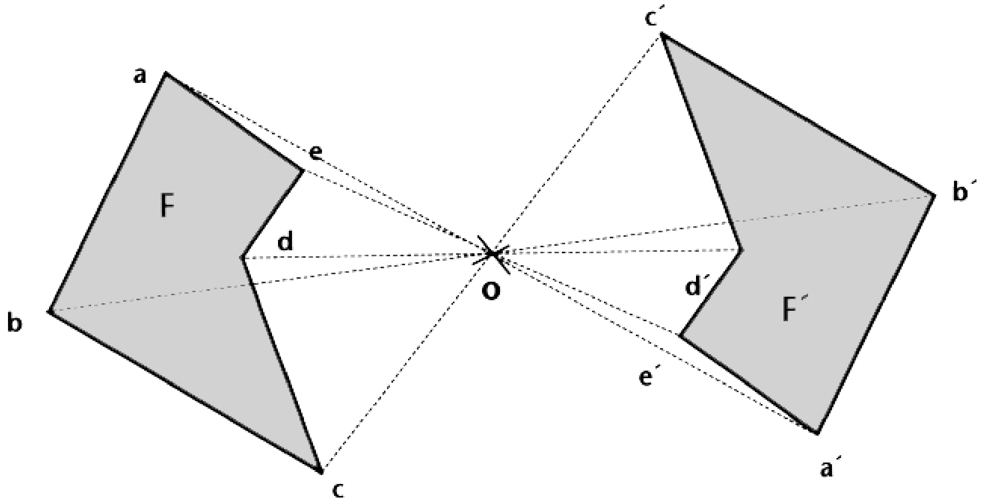
La droite A est appelée axe de symétrie.

L'image F' de F conserve : les mesures, les aires, le parallélisme, les angles.

La distance du point **a** à l'axe **A** est la même que celle de **A** à **a'** (même principe pour les autres points).

SYMETRIE CENTRALE

Cette symétrie correspond à une rotation d'un demi-tour.

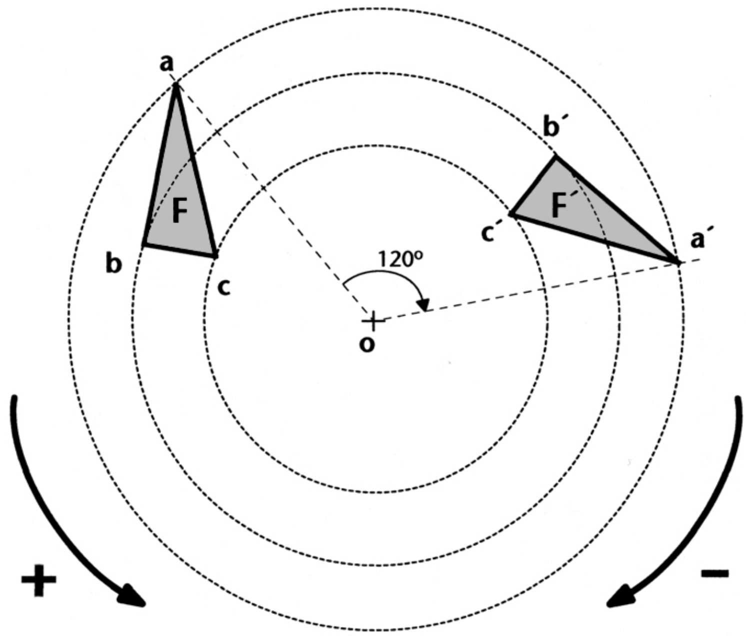


F' a les mêmes mesures que F

Les traits de construction passent tous par **un point : le centre de symétrie (o).**

On mesure l'écart [oa] avec le compas en "piquant" sur **o**; on reporte ensuite l'écart pour trouver [oa']. Donc: Mes[oa] = Mes[oa'].

ROTATION



Marche à suivre

1. Tracer un cercle par sommet
2. Tracer un segment du centre jusqu'à un sommet (ici, **a**)
3. Tracer l'arc demandé (par exemple ici 120º)
4. Depuis le point trouvé **(a'),** reporter au compas les mesures [ab] et [ac], en respectant l'orientation.

Symétrie Orthogonale
S_d est la symétrie orthogonale d'axe d

1. Définition :
S_d (A) = A' <=> $AA' \perp d : M = AA' \cap d$ et $|AM| = |MA'|$

2.   odage:
S_d (A) = A' se lit: le point A' est l'image du point A par la symétrie orthogonale d'axe d.
S_{PQ} est une symétrie d'axe PQ

3. Points fixes: tous les points de l'axe sont des points fixes.

4. Droites fixes: l'axe + toute perpendiculaire a l'axe.

5. P   riétés:
Par une symétrie orthogonale,
- un segment a pour image un segment de même longueur.
- un angle a pour image un angle de même amplitude
- deux droites parallèles ont pour image deux droites parallèles.
- deux droites perpendiculaires ont pour image deux droites perpendiculaires.
- une droite a pour image une droite qui ne lui est pas parallèle (sauf si la droite est parallèle ou perpendiculaire a l'axe).
- l'image d'une droite parallèle à l'axe est une droite parallèle à celui-ci.
- l'image d'une droite perpendiculaire à l'axe est la droite elle-même.

6.   et sur les coordonnées :
S_x : (x;y) → (x;-y) et S_y : (x;y) → (-x;y)

Symétrie Centrale
S_O est la symétrie centrale de centre O

1. Définition:
S_O (A) = A' <=> $|OA| = |OA'|$ et $O \in AA'$

2. Codage:
S_O (A) = A' se lit : le point A' est l'image du point A par la symétrie (centrale) de centre O

3. Points fixes: Une symétrie centrale n'admet qu'un seul point fixe: son centre.

4. Droites fixes: toute droite comprenant le centre.

5. P   riétés:
Par une symétrie centrale,
- un segment a pour image un segment de même longueur.
- un angle a pour image un angle de même amplitude.
- deux droites parallèles ont pour image deux droites parallèles.
- deux droites perpendiculaires ont pour image deux droites perpendiculaires.
- une droite a pour image une droite qui lui est parallèle et de sens contraire.

6.   et sur les coordonnées :
S_O : (x;y) → (-x,-y)

Translation - $t_{\overrightarrow{XY}}$ est la translation de vecteur $\overrightarrow{XY}$
ou la translation qui applique X sur Y

1. Définition:
$t_{\overrightarrow{XY}}(A) = A'$ <=> $|AA'| = |XY|$: $AA' \parallel XY$

2.   odage:
$t_{\overrightarrow{XY}}(A) = A'$ se lit : le point A' est l'image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{XY}$ ou le point A' est l'image du point A par la translation qui applique X sur Y.

3. Points fixes: Une translation non nulle (ou non identique) n'admet pas de point fixe.

4. Droites fixes: Les droites parallèles au vecteur.

5. P   riétés:
Par une translation,
- un segment a pour image un segment de même longueur.
- un angle a pour image un angle de même amplitude.
- deux droites parallèles ont pour image deux droites parallèles.
- deux droites perpendiculaires ont pour image deux droites perpendiculaires.
- une droite a pour image une droite qui lui est parallèle et de même sens.

6.   et sur les coordonnées :
$t_{\overrightarrow{OP}}$: P (a;b) : (x;y) → (x+a ; y+b)

Rotation
$r_{O,\alpha}$ est la rotation de centre O et d'amplitude α.
(ά positif = sens contraire aux aiguilles d'une montre)

1. Définition: $r_{O,\alpha}(A) = A'$ <=> $|OA| = |OA'|$: $|A\hat{O}A'| = \alpha$

2.   odage: $r_{O,\alpha}(A) = A'$ se lit : le point A' est l'image du point A par la rotation de centre O et d'amplitude α.

3. Points fixes: Une rotation d'amplitude non nulle n'admet qu'un seul point fixe : son centre.

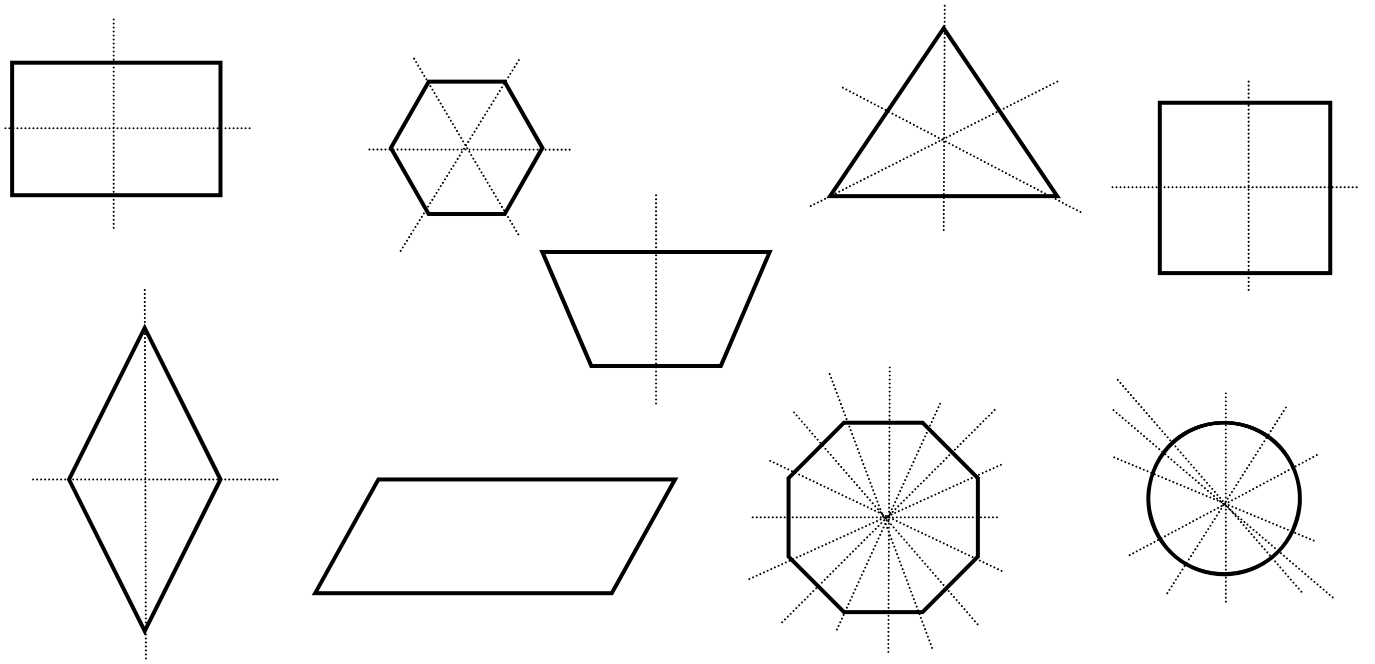
4. Droites fixes: Toute droite passant par le centre si l'amplitude de la rotation est n.180° (avec $n \in \mathbb{Z}$) (multiple de 180°).

5. P   riétés:
Par une rotation,
- un segment a pour image un segment de même longueur.
- un angle a pour image un angle de même amplitude.
- deux droites parallèles ont pour image deux droites parallèles.
- deux droites perpendiculaires ont pour image deux droites perpendiculaires.
- une droite a pour image une droite qui ne lui est pas parallèle, sauf si l'amplitude est multiple de 180°.
- d'amplitude + ou – 90°, l'image d'une droite est une droite perpendiculaire.

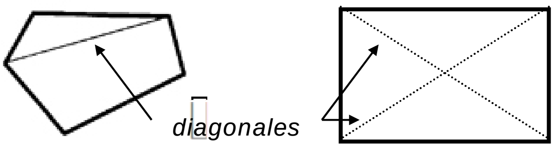
6.   et sur les coordonnées :
$r_{O,+90°}$ S_O : (x;y) → (-y,x)
$r_{O,-90°}$ S_O : (x;y) → (y,-x)

LES AXES DE SYMETRIES

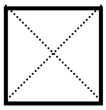
Un axe de symétrie est une droite qui marque un pli par lequel les deux moitiés de la figure se superposent exactement.



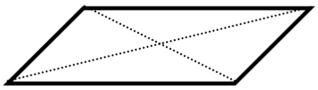
Les polygones



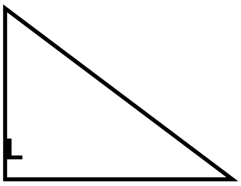
un polygone **un rectangle**



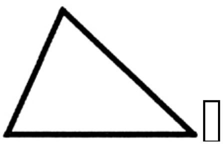
un carré



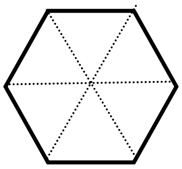
un parallélogramme



un triangle rectangle

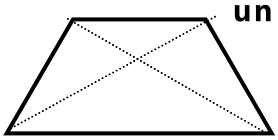


un triangle

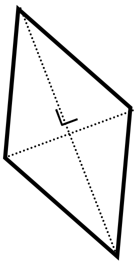


un hexagone

Nbre de côtés	Nom du polygone
5	pentagone
6	hexagone
7	heptagone
8	octogone
9	ennéagone
10	décagone
12	dodécagone
20	icosagone

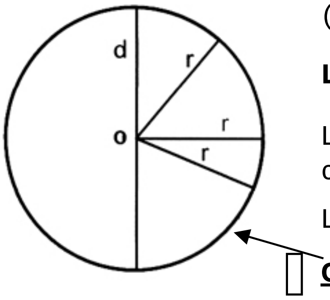


un trapèze



un losange

LE CERCLE



UN CERCLE est un ensemble de points situés à la même distance (équidistants) d'un point nommé centre (o).

Le RAYON r est un segment qui relie le centre (o) à un point du cercle.

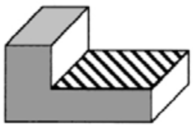
Le **DIAMÈTRE d** est un segment joignant 2 points du cercle et passant par le centre.

Le **PÉRIMÈTRE** (= **le tour**) du cercle s'appelle **CIRCONFÉRENCE**

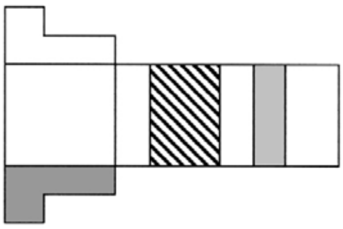
CALCUL DU PÉRIMÈTRE : **$P = d \times \pi$**

Développement d'un solide

Le développement est la représentation d'un solide (d'un volume) "à plat" sur le papier, pour pouvoir le construire.



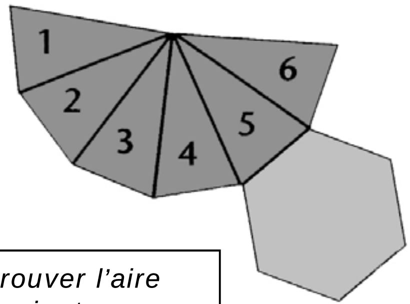
A



développement de A

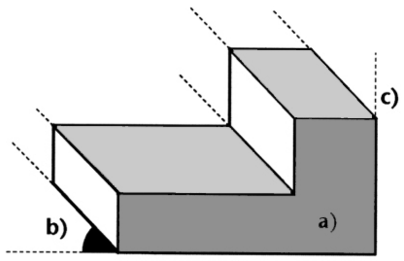
Le développement est très pratique pour "calculer" ou "voir" les faces. Elles sont dessinées ici en ▭ (= aire latérale).

1, 2, 3, 4, 5, 6 sont les faces latérales de la pyramide



Pour trouver l'aire totale, ajouter à l'aire latérale.

Perspective cavalière



a) **Une face** au premier plan.

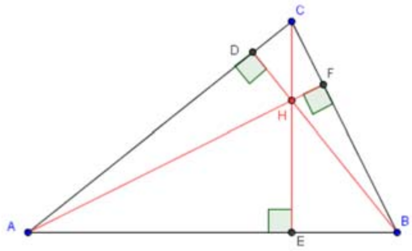
b) La mesure des fuyantes (à 45°) est divisée par 2.

c) Horizontales et verticales sont <u>en vraie grandeur</u>

Droites remarquables du triangles

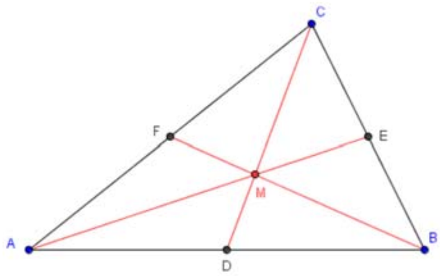
- **Une hauteur d'un triangle est un segment de droite mené d'un sommet perpendiculairement au côté opposé ou à son prolongement.**

  Les trois hauteurs d'un triangle se coupent en un même point appelé orthocentre du triangle.



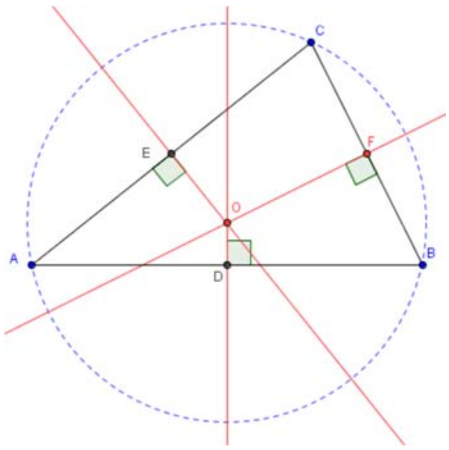
- **Une médiane d'un triangle est un segment de droite mené d'un sommet au milieu du côté opposé.**

  Les trois médianes d'un triangle se coupent en un même point appelé centre de gravité du triangle.



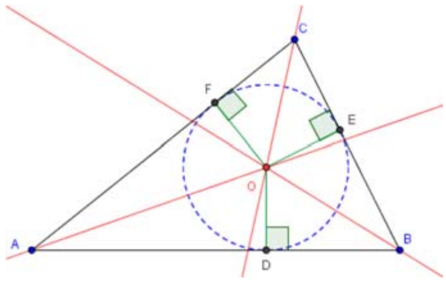
- **La médiatrice d'un côté d'un triangle est la droite perpendiculaire à ce côté passant par son milieu.**

  Les trois médiatrices des côtés du triangle se coupent en un même point qui est le centre du cercle circonscrit au triangle.



- **La bissectrice d'un angle d'un triangle est la droite passant par le sommet de cet angle et qui le partage en deux angles de même amplitude.**

Les bissectrices des trois angles d'un triangle se coupent en un même point qui est le centre du cercle inscrit dans le triangle.



Les quadrilatères

1. Définitions des quadrilatères particuliers

Un trapèze est un quadrilatère qui a deux côtés parallèles.

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a les côtés opposés parallèles deux à deux.

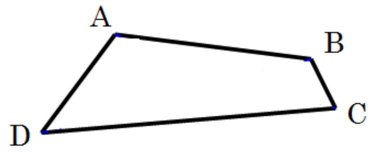
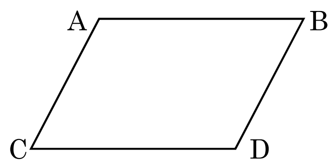
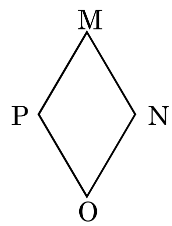
Un rectangle est un quadrilatère qui a ses quatre angles droits.

Un losange est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur.

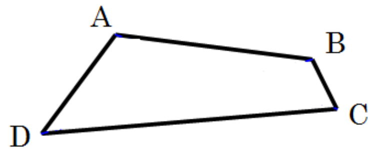
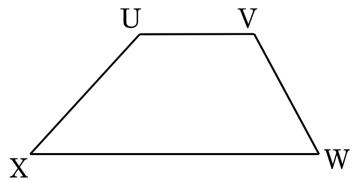
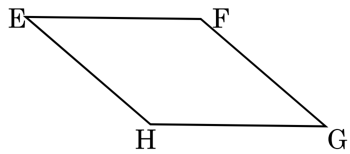
Un carré est un quadrilatère qui a ses quatre angles droits et ses quatre côtés de même longueur.

2. Classification des quadrilatères

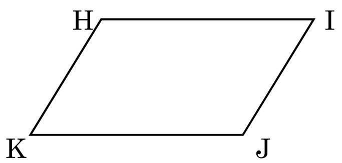
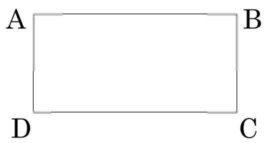
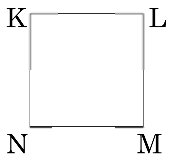
a) Classification en fonction de la longueur des côtés :

QUADRILATERE QUELCONQUE	PARALLELOGRAMME	LOSANGE
		
Si le quadrilatère a au moins deux côtés opposés de longueurs différentes.	Si le quadrilatère a deux paires de côtés opposés de même longueur.	Si le quadrilatère a quatre côtés de même longueur. Le losange est un parallélogramme particulier.

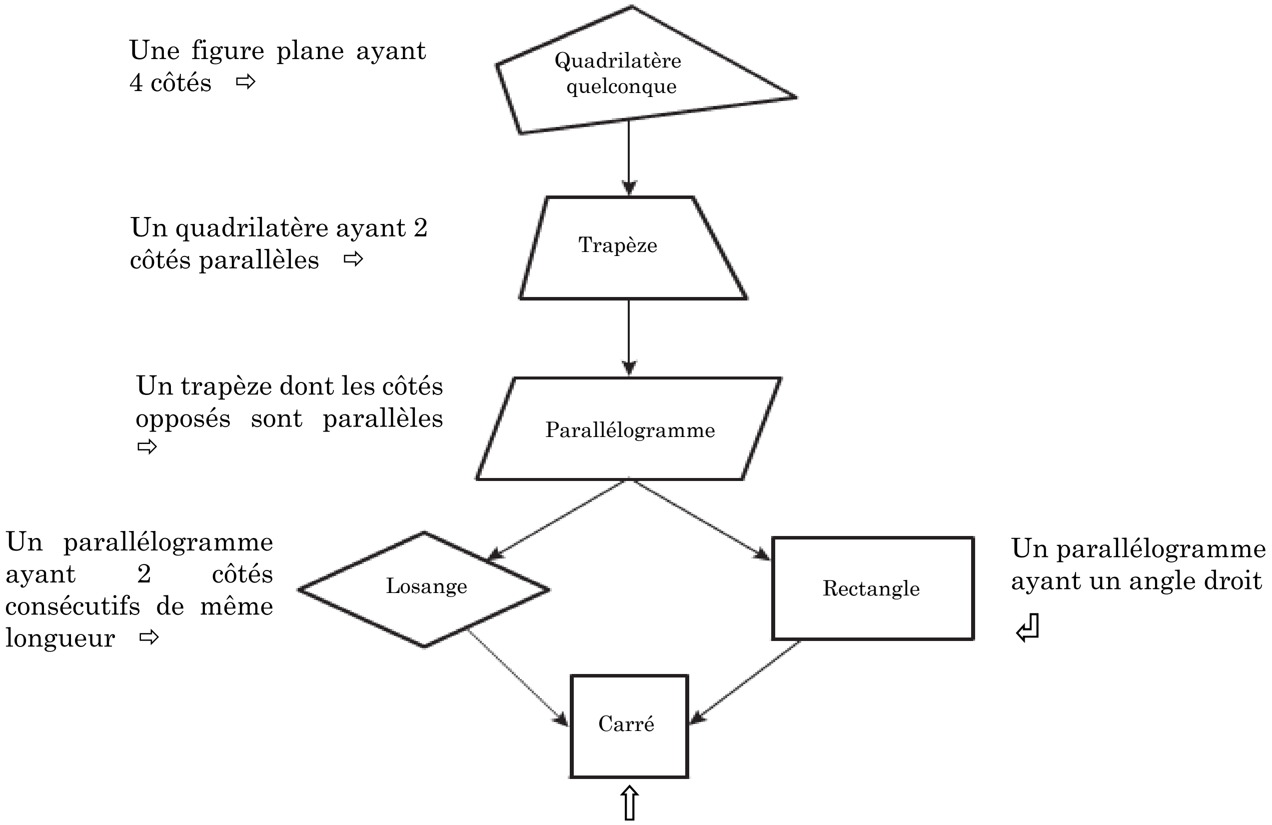
b) Classification en fonction de la position des côtés :

QUADRILATERE QUELCONQUE	TRAPEZE	PARALLELOGRAMME
		
Si le quadrilatère n'a aucun côté parallèle aux autres.	Si le quadrilatère a deux côtés opposés parallèles.	Si le quadrilatère a deux paires de côtés opposés parallèles. Le parallélogramme est un trapèze particulier.

c) Classification en fonction de l'amplitude des angles :

PARALLELOGRAMME	RECTANGLE	CARRE
		
Si le quadrilatère a deux paires d'angles opposés de même amplitude.	Si le quadrilatère a quatre angles de même amplitude. Le rectangle est un parallélogramme particulier.	Le carré est un parallélogramme qui est à la fois un rectangle et un losange.

d) Classification par définitions « emboîtées » :



Un parallélogramme ayant un angle droit et 2 côtés consécutifs de même longueur

2. Droites remarquables d'un quadrilatère

- **Une diagonale d'un quadrilatère est un segment de droite qui a pour extrémités deux sommets opposés.**

Propriétés : - les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu ;
- les diagonales d'un rectangle se coupent en leur milieu (car un rectangle est un parallélogramme) et ont la même longueur ;
- les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu (car un losange est un parallélogramme) et sont perpendiculaires ;
- les diagonales d'un carré se coupent en leur milieu (car un carré est un parallélogramme), ont la même longueur (car un carré est un rectangle) et sont perpendiculaires (car un carré est un losange).

- **Une médiane d'un quadrilatère est un segment de droite qui a pour extrémités les milieux de deux côtés opposés.**

Propriétés : - les médianes d'un parallélogramme se coupent en leur milieu et sont parallèles à ses côtés;
- les médianes d'un rectangle se coupent en leur milieu et sont parallèles à ses côtés (car un rectangle est un parallélogramme) et sont perpendiculaires ;
- les médianes d'un losange se coupent en leur milieu et sont parallèles à ses côtés (car un losange est un parallélogramme) et ont la même longueur ;
- les médianes d'un carré se coupent en leur milieu et sont parallèles à ses côtés (car un carré est un parallélogramme), sont perpendiculaires (car un carré est un rectangle) et ont la même longueur (car un carré est un losange).

Les distances

1. Distance entre deux points

a) Définition :

La distance entre deux points est la longueur du segment de droite joignant ces deux points.

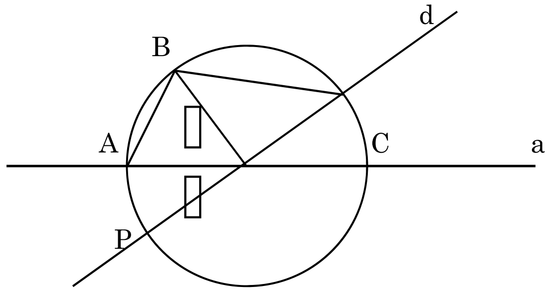
b) Notation : **|AB| = d (A ; B)**

2. Le cercle

a) Définition : **Le cercle de centre O et de rayon r est l'ensemble de tous les points situés à une distance r du point O.**

b) Notation : $\mathcal{C}$ **(O ; r)**

c) Eléments du cercle :



➢ **Rayon :**

On appelle **rayon** :

- **un segment dont les extrémités sont le centre et un point quelconque du cercle.**

  Exemples : [OP], [OA], [OB], [OC], [OQ]

- **la mesure de ce segment.**

  Exemples : $|OP|$, $|OA|$, $|OB|$, $|OC|$, $|OQ|$

➢ **Diamètre :**

On appelle **diamètre** :

- **un segment comprenant le centre du cercle et dont les extrémités sont deux points quelconques du cercle.**

  Exemples : [AC], [PQ]

- **la mesure de ce segment, qui vaut le double du rayon.**

  Exemples : $|AC|$, $|PQ|$

  Remarques :
  - Le diamètre vaut le double du rayon
  - Toute droite passant par le centre peut aussi être appelée diamètre, mais on lui préfère le nom de droite diamétrale.

  Exemples : AC, PQ

➢ **Corde :**

On appelle **corde** :

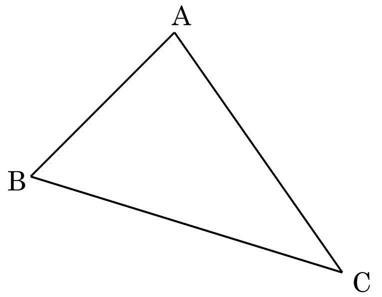
- **un segment dont les extrémités sont deux points quelconques du cercle.**

  Exemples : [AB], [BQ]

  Remarque : un diamètre est une corde particulière.

Les inégalités triangulaires

La mesure d'un côté d'un triangle est strictement inférieure à la somme des mesures des deux autres côtés.



➢ $|AC| < |AB| + |BC|$

➢ $|AB| < |AC| + |BC|$

➢ $|BC| < |AB| + |AC|$

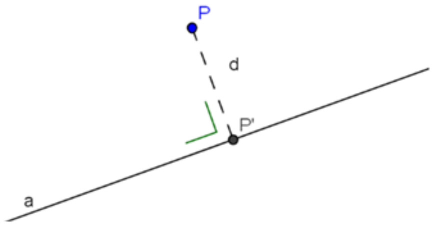
Remarque : la mesure d'un côté d'un triangle est aussi strictement supérieure à la différence des mesures des deux autres côtés.

Distances point-droite

a) Définition :

La distance d'un point à une droite est la mesure du segment perpendiculaire abaissé de ce point sur la droite.

b) Notation : **| Pa | = d (P , a)**



- PP ' ⊥ a
- P ' ∈ a

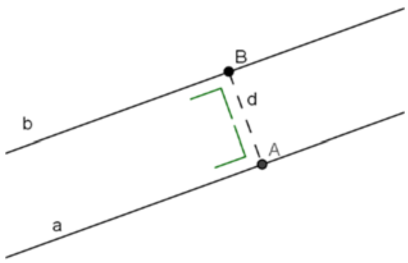
➔ | Pa | = | PP' |

Distances droite-droite

a) Définition :

La distance entre deux droites parallèles est la mesure de n'importe quel segment perpendiculaire à ces deux droites et limité à celles-ci.

b) Notation : **| ab | = d (a , b)**



- A ∈ a
- B ∈ a
- AB ⊥ a

➔ | ab | = | AB |

Aire et périmètre

2. Aire et périmètre des figures planes

Périmètre : mesure de la LONGUEUR du contour d'une figure. S'obtient en additionnant les mesures de tous les côtés.

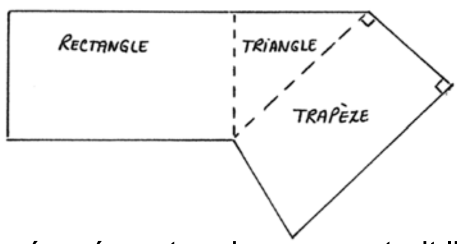
Aire : mesure de la SURFACE d'une figure.

3. Aire des figures planes décomposables

Par addition

On calcule l'aire de chacune des figures séparément, puis, on les additionne.

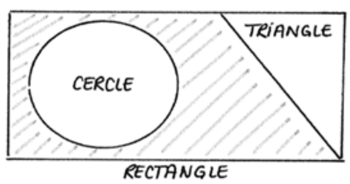
Ex : $A_{figure} = A_{rectangle} + A_{triangle} + A_{trapèze}$



Par soustraction

On calcule l'aide de chacune des figures séparément, puis, on soustrait l'aire de la petite figure de celle de la grande.

Ex : $A_{figure} = A_{rectangle} - A_{triangle} - A_{cercle}$

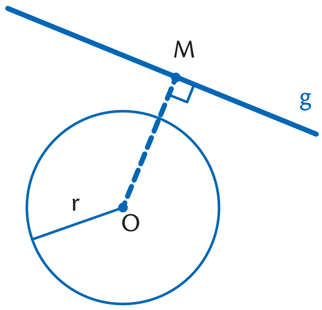


Distances droite-cercle et TANGENTES

$C_{(O,\ r)}$, une droite g et
$M \in g$ tel que $OM \perp g$

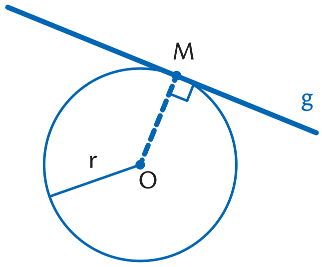
Une droite est **extérieure** à un cercle si la distance entre le centre du cercle et la droite **est plus grande que** le rayon du cercle.

$d(O,g) = |OM| > r$



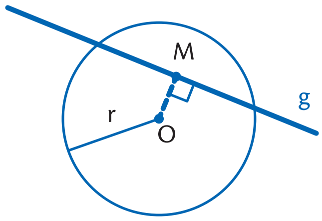
Une droite est **tangente** à un cercle si la distance entre le centre du cercle et la droite **est égale** au rayon du cercle.

$d(O,g) = |OM| = r$



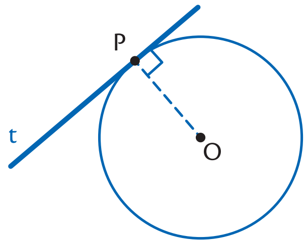
Une droite est **sécante** à un cercle si la distance entre le centre du cercle et la droite **est plus petite** que le rayon du cercle.

$d(O,g) = |OM| < r$



La **tangente** à un cercle en un point de ce cercle est **une droite perpendiculaire au rayon** (ou au diamètre) passant par ce point de contact.

t est la tangente au cercle de centre O dont P est le point de contact.



Coordonnées et transformation du plan

Transformations	Effets	Traduction mathématique
S_x	L'ordonnée de l'image sera l'opposé de l'ordonnée de départ et on conservera l'abscisse.	$A'(x\,;-y)$
S_y	L'abscisse de l'image sera l'opposé de l'abscisse de départ et on conservera l'ordonnée.	$A'(-x\,;y)$
S_O	L'abscisse et l'ordonnée de l'image seront les opposés de l'abscisse et l'ordonnée de départ.	$A'(-x\,;-y)$
$r_{O,+90°}$	L'abscisse de l'image sera l'opposé de l'ordonnée de départ. L'ordonnée de l'image sera l'abscisse de départ.	$A'(-y\,;x)$
$r_{O,-90°}$	L'abscisse de l'image sera l'ordonnée de départ. L'ordonnée de l'image sera l'opposé de l'abscisse de départ.	$A'(y\,;-x)$
$t_{\overrightarrow{OP}}$ *si* $P(m\,;n)$	On additionne les coordonnées.	$A'(x+m\,;y+n)$

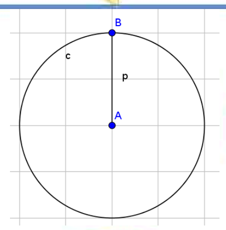
Lieux géométriques

En mathématiques, un **lieu géométrique** est un ensemble de points qui **possèdent tous une même caractéristique ou une même propriété.**

Tu recherches l'ensemble des points situé à égale distance...

Tu dois tracer...

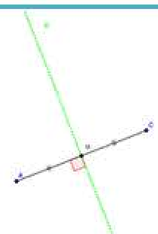
d'un point



le cercle dont le centre est le point

Le lieu géométrique des points du plan situés **à égale distance d'un point donné** est **le cercle** dont le centre est ce point et le rayon est égal à la distance donnée.

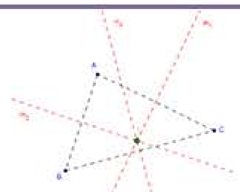
de deux points



la médiatrice du segment reliant les 2 points

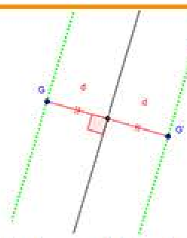
vidéos de la construction de la médiatrice et de la bissectrice voir **www.iphsmath.weebly.com**

de 3 points (non alignés)



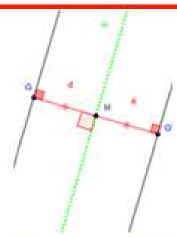
l'intersection des 3 médiatrices des 3 segments joignant ces 3 points

d'une droite



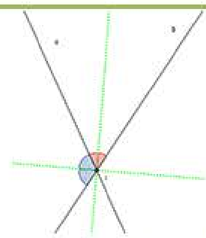
les droites parallèles situées de part et d'autre de cette droite

de 2 droites parallèles (distinctes)



l'axe médiance (la médiatrice d'un segment perpendiculaire aux 2 droites)

de 2 droites sécantes (ou perpendiculaires)



les bissectrices (elles sont perpendiculaires) des angles formés par ces 2 droites

position cercle-cercle

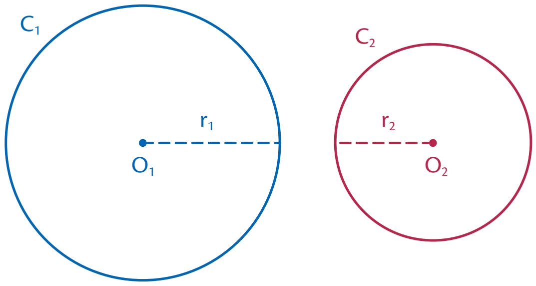
Deux cercles, C_1 de centre O_1 et de rayon r_1 et C_2 de centre O_2 et de rayon r_2, situés dans un même plan sont :

$C_{1(O_1,\, r_1)}$ et $C_{2(O_2,\, r_2)}$

- **disjoints extérieurement** si la distance entre les centres **est *supérieure* à la *somme* des rayons.**

$|O_1O_2| > r_1 + r_2$

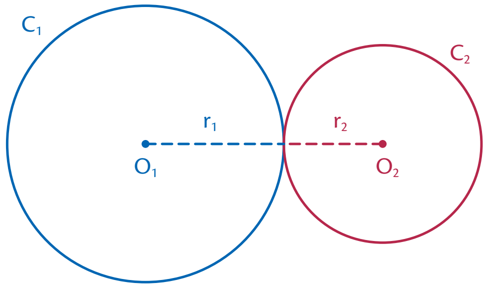
⇒ ils n'ont **aucun point d'intersection.**



- **tangents extérieurement** si la distance entre les centres **est *égale* à la *somme* des rayons.**

$|O_1O_2| = r_1 + r_2$

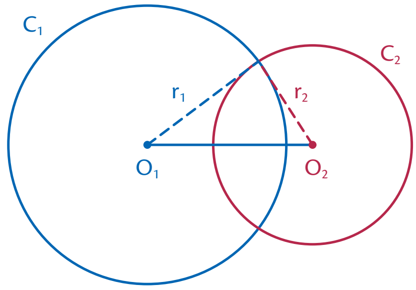
⇒ ils ont **un seul point d'intersection.**



- **sécants** si la distance entre les centres **est *comprise* entre la différence (positive) et la somme des rayons.**

$|r_1 - r_2| < |O_1O_2| < r_1 + r_2$

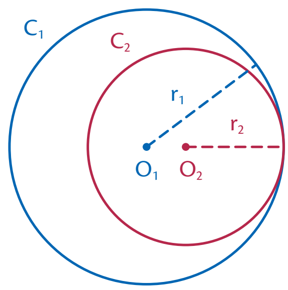
⇒ ils ont **deux points d'intersection.**



- **tangents intérieurement** si la distance entre les centres **est *égale* à la *différence* (positive) des rayons.**

$|O_1O_2| = |r_1 - r_2|$

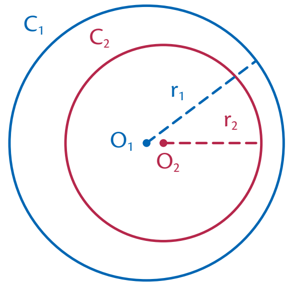
⇒ ils ont **un seul point d'intersection.**



- **disjoints intérieurement** si la distance entre les centres **est *supérieure* ou *égale à 0* et *inférieure* à la *différence* (positive) des rayons.**

$0 \leq |O_1O_2| < |r_1 - r_2|$

⇒ ils n'ont **aucun point d'intersection.**



Cas particulier des cercles disjoints intérieurement :

- **concentriques** si la distance entre les centres ***est égale à 0.***

$|O_1O_2| = 0$