



FICHE 1.3 : PUISSANCES D'UN NOMBRE

Mise à jour : 04/11/11

1. PUISSANCES NATURELLES

Commençons par ... le commencement ! Élever un nombre (par exemple 2) à la puissance 7, c'est calculer tout simplement 2.2.2.2.2.2.2. Ce qui fait 128.

En fait, tu peux considérer qu'à un moment, on en a eu assez d'écrire de longs produits, et donc, les mathématiciens ont « inventé » une écriture beaucoup plus rapide : la puissance.

Ainsi, tu n'écriras pas : 3.3.3.3 mais bien $3^4 = 81$.

Tu n'écris pas 6.6.6 mais bien $6^3 = 216$.

De même, tu n'écris pas (-2) (-2) (-2) (-2) (-2) mais plutôt $(-2)^5 = -32$

Élever un nombre à la puissance n (lorsque n prend les valeurs 1,2,3,4...), cela revient à calculer le produit de ce nombre n fois par lui-même.

$$\text{Exemple : } 7^5 = 7.7.7.7.7$$

Évidemment, tout nombre exposant 1 est égal à lui-même. Ça, c'est logique !

Par contre, ce qui peut sembler moins logique (mais qui l'est pourtant tout autant), c'est que tout nombre (non nul) exposant 0 vaut 1. Ainsi $8^0 = 1$; $5^0 = 1$; $(-2)^0 = 1$; $456^0 = 1...$

Retiens donc bien que tout nombre non nul exposant « 0 » vaut toujours 1.

2. PUISSANCES ENTIÈRES

Par après, les mathématiciens ont aussi développé des exposants négatifs. Ce n'est rien d'autres qu'une convention d'écriture (et oui !) mais tu dois absolument bien la connaître, car c'est une notation qui intervient sans cesse.

$$\begin{aligned} \text{Ainsi } 3^{-2} &= \frac{1}{3^2} \\ &= \frac{1}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ou encore } 7^{-4} &= \frac{1}{7^4} \\ &= \frac{1}{2401} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{bien entendu } (-2)^{-3} &= \frac{1}{(-2)^3} \\ &= -\frac{1}{8} \end{aligned}$$

Élever un nombre à la puissance z (lorsque z prend les valeurs $-1, -2, -3, -4, \dots$), cela revient à calculer l'inverse du produit de ce nombre z fois par lui-même.

$$\text{Exemple : } 7^{-5} = \frac{1}{7^5} \text{ et } \frac{1}{7^5} = \frac{1}{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}. \text{ Finalement : } 7^{-5} = \frac{1}{16807}$$

3. PUISSANCES RATIONNELLES

C'est encore un classique dans les erreurs... Pourquoi ? Parce qu'encore une fois, il s'agit simplement d'une convention d'écriture. Il n'y a pas de sens « concret » à ce qui va suivre (contrairement aux puissances naturelles). Cependant, **il est vraiment primordial que tu connaisses ces conventions**. Elles sont employées sans cesse dans tout le secondaire !

D'abord, petit rafraîchissement de la mémoire : un nombre rationnel est un nombre pouvant s'écrire sous forme d'une fraction.

Comment calculer : $2^{5/3}$? Il suffit de connaître la convention d'écriture !

$$\begin{aligned} 2^{5/3} &= \sqrt[3]{2^5} \\ &= \sqrt[3]{32} \\ &= 2 \sqrt[3]{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^{-8/3} &= \frac{1}{2^{8/3}} \\ &= \frac{1}{\sqrt[3]{2^8}} \\ &= \frac{1}{\sqrt[3]{256}} \\ &= \frac{1}{4 \sqrt[3]{4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^{4/5} &= \sqrt[5]{3^4} \\ &= \sqrt[5]{81} \end{aligned}$$

Élever un nombre à la puissance r (lorsque r est un nombre rationnel, c'est-à-dire une fraction pouvant s'écrire p/q), cela revient à calculer la racine q^{e} du nombre à la puissance p (ouh là, compliqué à écrire, mais facile à faire ;-))

$$\begin{aligned} \text{Exemple : } 7^{2/5} &= \sqrt[5]{7^2} \\ &= \sqrt[5]{49} \end{aligned}$$

Remarque : racine q^{e} se lit « racine q -ième ». Tu verras parfois l'écriture $q^{\text{ième}}$ (beaucoup de professeurs l'utilisent) mais c'est... une erreur !

Voilà, c'est à peu près tous les cas que tu rencontreras dans le secondaire...

Deux petites remarques en passant...

Toute puissance paire d'un nombre négatif est toujours positive
Toute puissance impaire d'un nombre négatif est toujours négative

En effet $(-5)^8 = 5^8$ (puisque $(-1)^8 = 1$)

$(-5)^7 = - (5^7)$ (puisque $(-1)^7 = -1$)

Par tes remarques, aide-nous à améliorer le contenu de ces fiches !

Tu cherches des sujets que tu n'as pas trouvés ? Dis-le nous !

Tu trouves ces fiches formidables ? Encourage-nous !

Commentaires, souhaits, remarques...

On t'attend sur notre groupe Facebook !



« Centre de médiation scolaire Entr'aide »

Nous avons aussi un forum où tu peux venir poser tes questions !