# II. Fonctions particulières - fonctions déduites.

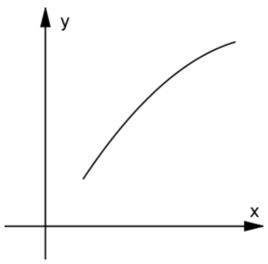
## 1. Vocabulaire : rappel de quelques définitions.

a) Le *graphe cartésien* d'une fonction $f : R \to R$ : $x \to f(x)$ est l'ensemble $G = \{ (x,y) \in R^2 : y = f(x)\}$

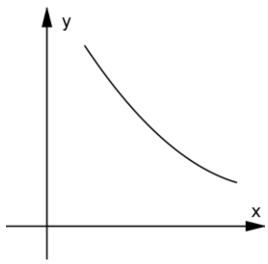
b) Le *domaine de f* est l'ensemble des éléments de R qui sont réellement origine d'un couple du graphe de f c.-à-d.
dom $f = \{x \in R : \exists\, y \in R : y = f(x)\}$

c) Un *zéro (ou racine)* d'une fonction est une valeur a du domaine de f telle que $f(a) = 0$

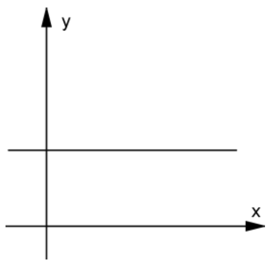
d) *Croissance et décroissance*.
$f\ R \to R\ \ x \to f(x) \qquad A \subset R$
f est *croissante* sur A ssi $\forall\, x_1, x_2 \in A: x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
f est *décroissante* sur A ssi $\forall\, x_1, x_2 \in A : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$
f est *constante* sur A ssi $\forall\, x_1, x_2 \in A : f(x_1) = f(x_2)$




Fonction croissante




Fonction décroissante



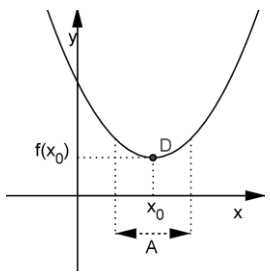

Fonction constante

e) *Maximum - minimum - extremum*

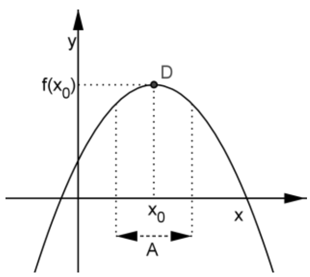
f admet un *maximum relatif ou maximum local* $f(x_0)$ en $x_0$ sur A ssi $\forall\, x \in A\backslash\{x_0\}\ f(x) < f(x_0)$

f admet un *minimum relatif ou minimum local* $f(x_0)$ en $x_0$ sur A ssi $\forall\, x \in A\backslash\{x_0\}\ f(x) > f(x_0)$

f admet un *extremum relatif ou extremum local* $f(x_0)$ en $x_0$ sur A ssi f admet un maximum relatif $f(x_0)$ en $x_0$ sur A ou f admet un minimum relatif $f(x_0)$ en $x_0$ sur A




| | | $X_0$ | |
|---|---|---|---|
| f | ↘ | min | ↗ |




| | | $X_0$ | |
|---|---|---|---|
| f | ↗ | max | ↘ |

f) Une fonction $f : R \to R \quad x \to f(x)$ est *périodique de période p* ssi $\forall\, x \in R\ f(x + p) = f(x)$

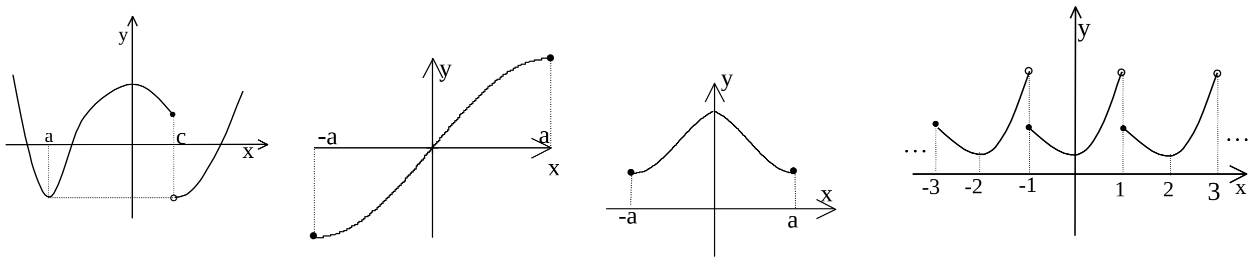
g) *Fonctions paires et impaires.*
$f : R \to R \qquad x \to f(x) \qquad A \subset R$

f est *paire* sur A ssi $\forall\, a \in A : f(-a) = f(a)$

f est *impaire* sur A ssi $\forall\, a \in A : f(-a) = - f(a)$

Remarque :
Le graphe cartésien d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des y
En effet : $\forall$ (x, f(x)) $\in$ G : (-x, f(-x)) $\in$ G et (-x, f(-x)) = (-x, f(x))
Les points (x, f(x)) et (-x, f(x)) appartiennent donc tous deux au graphe de f et sont symétriques par rapport à l'axe OY
Le graphe cartésien d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine.
En effet : $\forall$ (x, f(x)) $\in$ G : (-x, f(-x)) $\in$ G et (-x, f(-x)) = (-x, -f(x))
Les points (x, f(x)) et (-x, -f(x)) appartiennent donc tous deux au graphe de f et sont symétriques par rapport à l'origine.

*Application 1:*
En observant les graphes des fonctions ci-dessous, en déduire le domaine de définition, la parité , la périodicité (et au cas échéant la période), la variation de f (croissance, décroissance, maximum, minimum).
Présenter les réponses dans un tableau.




$f_1$ $f_2$ $f_3$ $f_4$

*Application 2*
Esquisser un graphe des fonctions qui satisfont aux conditions suivantes (plusieurs solutions possibles)
$f_1$ est définie sur [-2, 2]
$f_1$ est impaire
l'image de 2 par $f_1$ est 3
$f_1$ est strictement croissante sur [0,2]

$f_2$ est définie sur [-1,4[
$f_2$ est périodique de période 1
Sur [-1,0], l'image de –1 est –2, la racine de f est – 0.5
$f_2$ est strictement croissante sur [n, n + 1[ ,$\forall$ n $\in$ Z

$f_3$ est définie sur ]-3,3[
$f_3$est paire
le point (-3,-2) touche (est adhérant) au graphe de $f_3$
$f_3$ est strictement croissante sur ]-3, -1]
$f_3$ est constante sur [-1,0]
$f_3$ a une racine en –2

*Application 3*
Si f(x) et g(x) sont des fonctions paires, que peut-on dire de la parité des fonctions suivantes ?

a) (f + g) (x) b) (f . g) (x) c) $\dfrac{f}{g}$(x) d) (f $\circ$ g) (x) Justifier

Reprendre la question si f(x) et g(x) sont des fonctions impaires et si f(x) est paire tandis que g(x) est impaire.

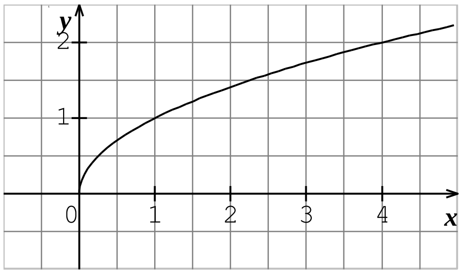
## 2. Fonctions particulières.

### 2.1 Exemple 1

Considérons la fonction f : R → R x → f(x) = $\sqrt{x}$

Le domaine de définition de cette fonction est $R^+$

Calculons quelques valeurs de points de son graphe :




| x | f(x) |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 4 | 2 |
| 9 | 3 |

C'est une fonction constamment croissante

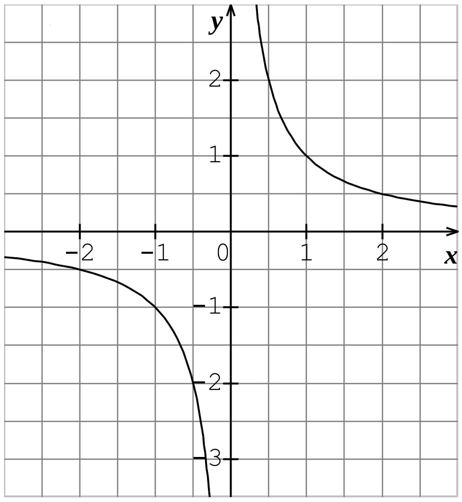
Remarquons qu'il s'agit de la fonction réciproque de la restriction de la fonction $f(x) = x^2$ à $R^+$ et que les graphes de ces fonctions sont symétriques l'un de l'autre par rapport à la droite y = x

### 2.2 Exemple 2

Soit f R → R : x → $f(x) = \frac{1}{x}$

Le domaine de définition de cette fonction est $R_0$

Calculons quelques valeurs de son graphe.




| x | f(x) |
|---|---|
| ± 4 | ± 1/4 |
| ± 3 | ± 1/3 |
| ± 2 | ± 1/2 |
| ± 1 | ± 1 |
| ± 1/2 | ± 2 |
| ± 1/3 | ± 3 |
| ± 1/4 | ± 4 |
| 0 | / |

<u>Observations</u> :

Nous avons ici une fonction décroissante dans $R_0^-$ et décroissante dans $R_0^+$

Elle n'admet pas de racine, n'a pas de minimum, pas de maximum, n'est ni majorée ni minorée.

Lorsque x prend des valeurs de plus en plus grandes, les valeurs des f(x) correspondantes sont de plus en plus proches de 0 : on notera $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow$ la droite y = 0 est une asymptote horizontale du graphe de f en + ∞

Lorsque x prend des valeurs négatives de plus en plus grandes en valeurs absolues (se rapproche de - ∞), les valeurs des f(x) correspondantes sont de plus en plus proches de 0 : on notera $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow$ on dira que la droite y = 0 est une asymptote horizontale du graphe de f en - ∞

Lorsque x prend des valeurs de plus en plus proches de 0 tout en restant négatif, les valeurs des f(x) correspondantes sont de plus en plus proches de -∞ : on notera $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} \frac{1}{x} = -\infty$

Lorsque x prend des valeurs de plus en plus proches de 0 tout en restant positif, les valeurs correspondantes des f(x) sont de plus en plus proches de +∞ : on notera $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{1}{x} = +\infty$

⇒ on dira que la droite x = 0 est une asymptote verticale du graphe de f

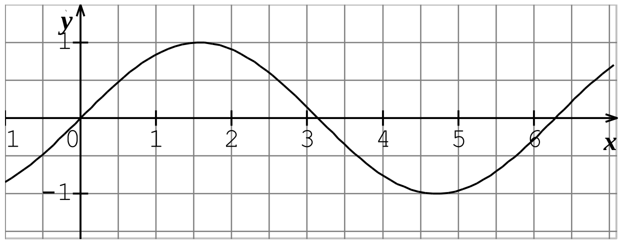
<u>Remarque : Point adhérent :</u> x = 0 est un point ∉ dom f , mais quel que soit l'intervalle contenant 0, son intersection avec le dom f est non vide : dans ce cas, on dira que x = 0 est adhérent à dom f. C'est en de tels éléments que nous pourrons rencontrer des asymptotes verticales.

## 2.3 Exemple 3

Soit f R → R : x → f(x) = sin x

Calculons quelques valeurs de points de son graphe :

| x | f(x) |
|---|---|
| 0 | 0 |
| $\pi/4$ | 0.707 |
| $\pi/2$ | 1 |
| $3\pi/4$ | 0.707 |
| $\pi$ | 0 |
| $5\pi/4$ | - 0.707 |
| $3\pi/2$ | -1 |
| $7\pi/4$ | -0.707 |
| $2\pi$ | 0 |




La fonction sin x est une fonction périodique de période $2\pi$ : $\forall\ x \in R : f(x + 2\pi) = f(x)$

Elle admet pour racines : $x = k\pi$ , $k \in Z$

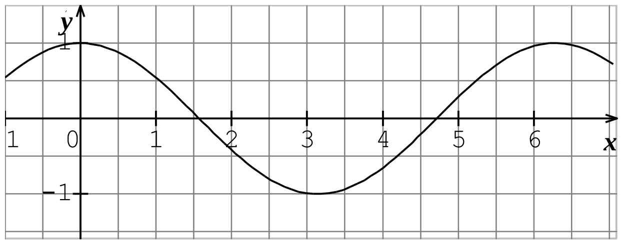
C'est une fonction impaire : $\forall\ x \in R : f(-x) = - f(x) \Leftrightarrow \sin(-x) = - \sin x$. Graphiquement, cela se traduit par une symétrie centrale du graphe par rapport à l'origine.

## 2.4 Exemple 4

Soit f R → R : x → f(x) = cos x

Calculons quelques valeurs de points de son graphe :

| x | f(x) |
|---|---|
| 0 | 1 |
| $\pi/4$ | 0.707 |
| $\pi/2$ | 0 |
| $3\pi/4$ | -0.707 |
| $\pi$ | -1 |
| $5\pi/4$ | -0.707 |
| $3\pi/2$ | 0 |
| $7\pi/4$ | 0.707 |
| $2\pi$ | 1 |




La fonction cos x est une fonction périodique de période $2\pi$ : $\forall\ x \in R : f(x + 2\pi) = f(x) \Leftrightarrow \cos(x + 2\pi) = \cos x$

Elle admet pour racines : $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ , $k \in Z$

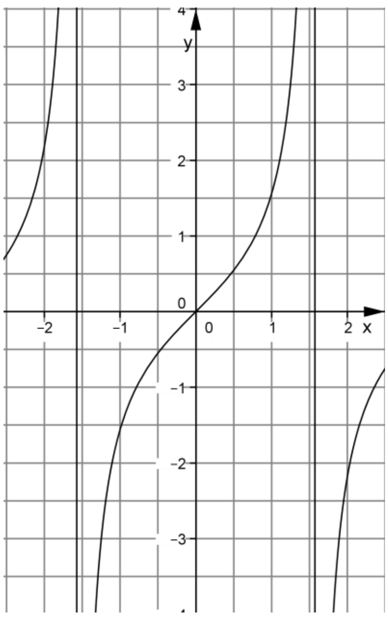
C'est une fonction paire : $\forall\ x \in R : f(-x) = f(x)$. Graphiquement, cela se traduit par une symétrie orthogonale du graphe par rapport à l'axe des ordonnées.

## 2.5 Exemple 5

Soit f R\ {x ∈ R : x = $\frac{\pi}{2}$ + kπ }→ R : x → f(x) = tan x

Calculons quelques valeurs de points de son graphe :

| x | f(x) |
|---|---|
| 0 | 0 |
| π/4 | 1 |
| π/3 | 1.73 |
| π/2 | / |
| 2π/3 | -1.73 |
| 3π/4 | -1 |
| π | 0 |




La fonction tan x est une fonction périodique de période π :

$$\forall x \in R : f(x + \pi) = f(x) \text{ ici : } \tan(x + \pi) = \tan x$$

Cette observation nous permet de poursuivre le graphique sans calculer de point supplémentaire.

Elle admet pour racines : x = kπ , k ∈ Z

C'est une fonction impaire : ∀ x ∈ R : f(-x) = - f(x) ⇔ tan (-x) = - tan (x) .

Graphiquement, nous remarquons à nouveau la symétrie centrale du graphe par rapport à l'origine.

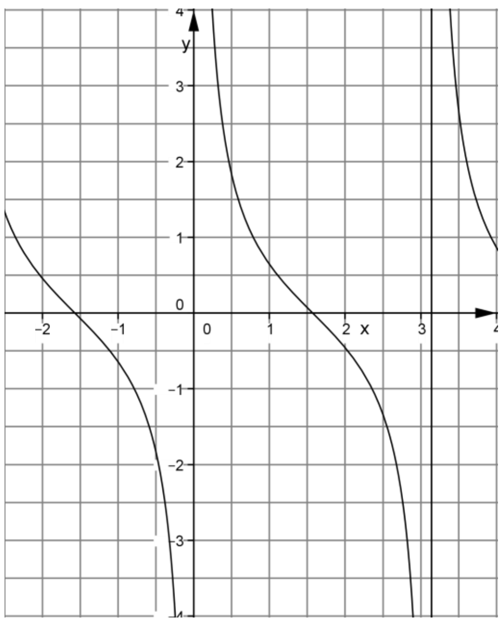
Les droites x = $\frac{\pi}{2}$ + kπ sont des asymptotes verticales du graphe.

## 2.6 Exemple 6

Soit f R\ {x ∈ R : x = kπ}→ R : x → f(x) = cotan x

Calculons quelques valeurs de points de son graphe :

| x | f(x) |
|---|---|
| 0 | / |
| π/6 | 1.73 |
| π/4 | 1 |
| π/2 | 0 |
| 3π/4 | -1 |
| 5π/6 | -1.73 |
| π | / |




La fonction cot x est une fonction périodique de période π :

$$\forall x \in R : f(x + \pi) = f(x) \Leftrightarrow \cot(x + \pi) = \cot x$$

Elle admet pour racines : x = $\frac{\pi}{2}$ + kπ , k ∈ Z

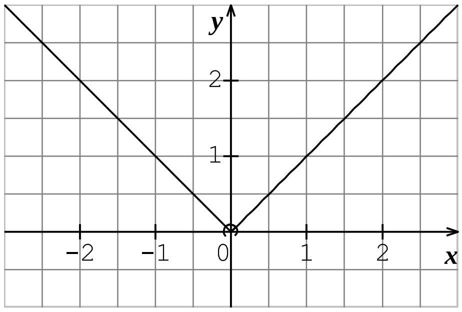
C'est une fonction impaire : ∀ x ∈ R : f(-x) = - f(x). Le graphe est symétrique par rapport à l'origine.

Les droites x = kπ sont des asymptotes verticales du graphe.

## 2.7 Exemple 7 :

f : R → R : x → f(x) = |x|

Rappelons que | x | = x si x ≥ 0 et | x| = - x si x ≤ 0

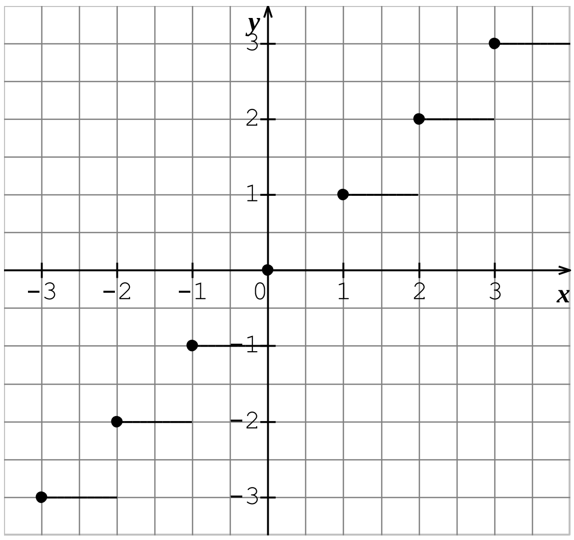



## 2.8 Exemple 8 : La fonction partie entière de x

f : R → Z : x → E(x)

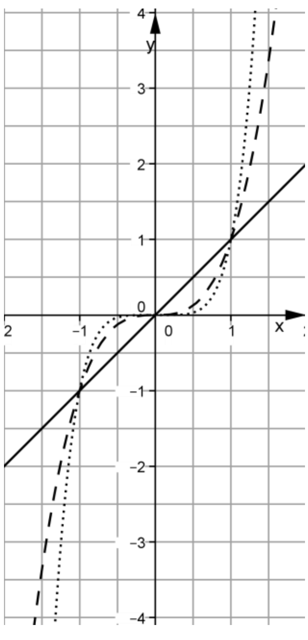
Par définition, E(x) est le plus grand entier inférieur ou égal à x.

| x | f(x) |
|---|---|
| -2.3 | -3 |
| -2 | -2 |
| -0.7 | -1 |
| 0 | 0 |
| 0.5 | 0 |
| 0.99 | 0 |
| 1.2 | 1 |




## 2.9 Les fonctions du type $y = x^n$ ($n \in N_0$)

Deux catégories se présentent selon que n est pair ou impair.




*__si n est impair :__*

(à gauche, graphes de $y = x$, $y = x^3$ et $y = x^5$)

Ces fonctions sont constamment croissantes

Ce sont des fonctions impaires (leurs graphes sont symétriques par rapport à l'origine)

Pour $x \in R^-$, elles tournent leur concavité vers le bas et vers le haut pour $x \in R^+$.

Si $x < -1$ ou $0 < x < 1$, la courbe $y = x^5$ est sous la courbe $y = x^3$

Tandis que pour $-1 < x < 0$ ou $x > 1$ c'est le contraire.

*__Si n est pair :__*

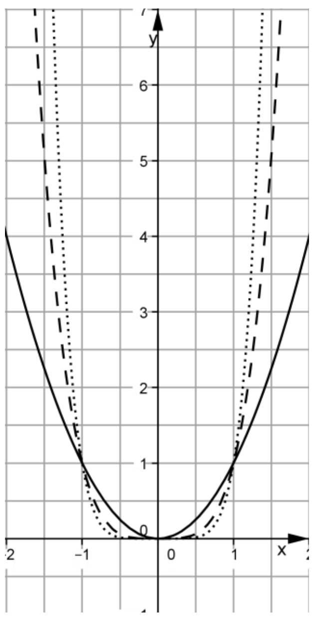
(à droite, graphes de $y = x^2$, $y = x^4$ et $y = x^6$)

Ces fonctions sont décroissantes $x \in R^-$ et croissantes pour $x \in R^+$.

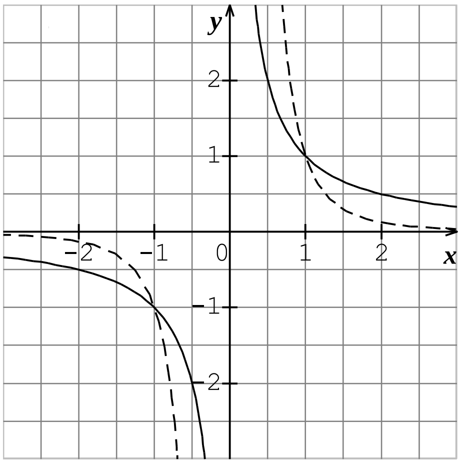
Ce sont des fonctions paires (leurs graphes sont symétriques par rapport à l'axe des y)

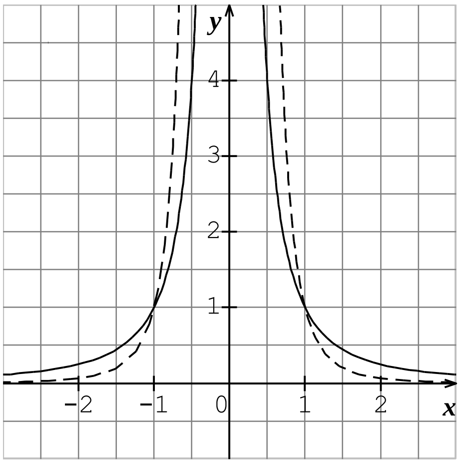
Elles tournent constamment leur concavité vers le haut.

Si $x < -1$ ou $x > 1$, la courbe $y = x^4$ est sous la courbe $y = x^2$ tandis que pour $-1 < x <1$ c'est le contraire.



## 2.10 *Les fonctions du type* $y = \frac{1}{x^n}$ $(n \in N_0)$




*Observations* : nous avons à nouveau deux catégories de fonctions selon que n est pair ou impair.
Considérons tout d'abord le graphique de gauche qui se rapporte au cas des exposants impairs.

La fonction $f(x) = \frac{1}{x}$ est représentée en trait plein alors que $g(x) = \frac{1}{x^3}$ est en pointillés.
Ces fonctions sont impaires (symétrie centrale par rapport à l'origine) et non définies pour x = 0
Elles sont décroissantes dans $R^-$ et décroissantes dans $R^+$
Elles tournent leur concavité vers le bas dans $R^-$ et vers le haut dans $R^+$
Elles n'ont pas de racine.
Pour des valeurs de x inférieures à -1 ou supérieures à 1, le graphique de g(x) est plus proche de l'axe des x que celui de f(x), et nous avons la situation contraire pour des valeurs de x comprises entre -1 et 1
La droite y = 0 est asymptote horizontale à droite et à gauche de chacune de ces fonctions.
En termes de limites, ceci s'exprime par : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$
La droite x = 0 est asymptote verticale de ces fonctions qui s'exprime par $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 0} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x) = +\infty$ et de même pour g(x)

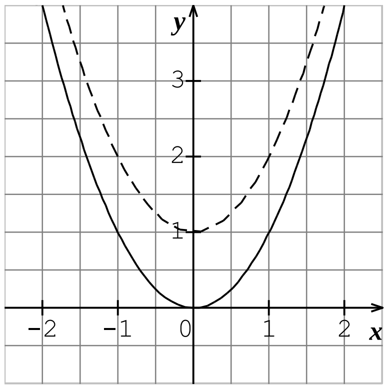
Considérons maintenant le graphique de droite qui reprend le cas des exposants pairs.

La fonction $f(x) = \frac{1}{x^2}$ est représentée en trait plein alors que $g(x) = \frac{1}{x^4}$ est en pointillés.
Ces fonctions sont paires (symétrie orthogonale par rapport à l'axe des ordonnées) et non définies pour x = 0
Elles sont croissantes dans $R^-$ et décroissantes dans $R^+$
Elles tournent leur concavité constamment vers le vers le haut
Elles n'ont pas de racine.
Pour des valeurs de x inférieures à -1 ou supérieures à 1, le graphique de g(x) est plus proche de l'axe des x que celui de f(x), et nous avons la situation contraire pour des valeurs de x comprises entre -1 et 1
La droite y = 0 est asymptote horizontale à droite et à gauche de chacune de ces fonctions.
En termes de limites, ceci s'exprime par : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$
La droite x = 0 est asymptote verticale de ces fonctions qui s'exprime par $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 0} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x) = +\infty$ et de même pour g(x)

## 3. Opérations sur les fonctions : fonctions déduites

A partir du graphique d'une fonction de base, nous pouvons facilement déduire celui de nombreuses autres fonctions. Nous traiterons un exemple pour arriver à des conclusions plus générales souvent nous prendrons $f(x) = x^2$

### 3.1 g(x) = f(x) + k




*Exemple* : $f(x) = x^2$ et $g(x) = x^2 + 1$

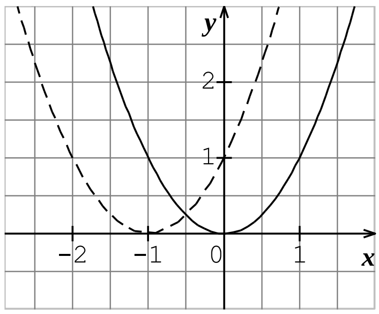
Dans le graphique ci-contre, f(x) est représenté en trait plein et g(x) en pointillés.

*Observation* : le graphe de g(x) est l'image de celui de f(x) par une translation de 2 unités vers le haut. On ajoute 2 unités à l'ordonnée de tous les points du graphe de départ.

*En général* : le graphe de g(x) = f(x) + k est l'image de celui de f par une translation de k unités vers le haut si k est positif et de k unités vers le bas s'il est négatif.
Ou encore : *un point (x, y) du graphe de f devient le point (x, y + k) du graphe de g*

### 3.2 g(x) = f(x + k)

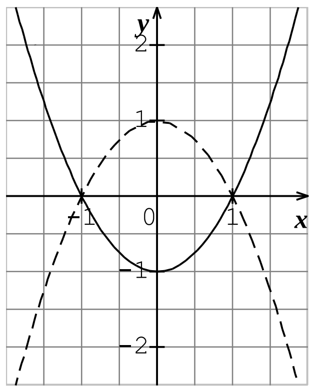
*Exemple* : $f(x) = x^2$ et $g(x) = (x + 1)^2$
Dans le graphique ci-contre, f(x) est à nouveau représenté en trait plein et g(x) en pointillés.




*Observation* : le graphe de g(x) est l'image de celui de f(x) par une translation de 1 unité vers la gauche. On retire une unité à l'abscisse de tous les points du graphe de départ.

*En général* : le graphe de g(x) = f(x + k) est l'image de celui de f par une translation de |k| unités vers la gauche si k est positif et de |k| unités vers la droite s'il est négatif.
Ou encore : *un point (x, y) du graphe de f devient le point (x - k, y) du graphe de g*

### 3.3 g(x) = - f(x)

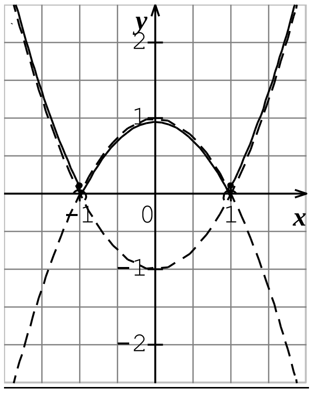



*Exemple* : $f(x) = x^2 - 1$ et $g(x) = - x^2 + 1$

*Observation* : le graphe de g(x) est l'image de celui de f(x) par une symétrie orthogonale d'axe ox. Ceci reste vrai pour une fonction quelconque.

*Un point (x, y) du graphe de f devient le point (x, - y) du graphe de g*

## 3.4  g(x) = $|f(x)|$



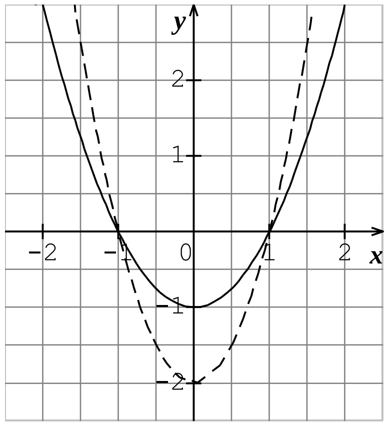

*Exemple* : f(x) = $x^2$ - 1 et g(x) = $|x^2 - 1|$

*Observations*.  Le graphe de $|f(x)|$ est constitué de la réunion de

- la partie du graphe de f(x) d'ordonnées positives.
- la partie du graphe de - f(x) d'ordonnées positives.

En général : les observations ci-dessus restent vraies pour une fonction quelconque.
*Un point (x, y) du graphe de f devient le point (x, |y| ) du graphe de g.*

## 3.5  g(x) = k.f(x) (k > 0)

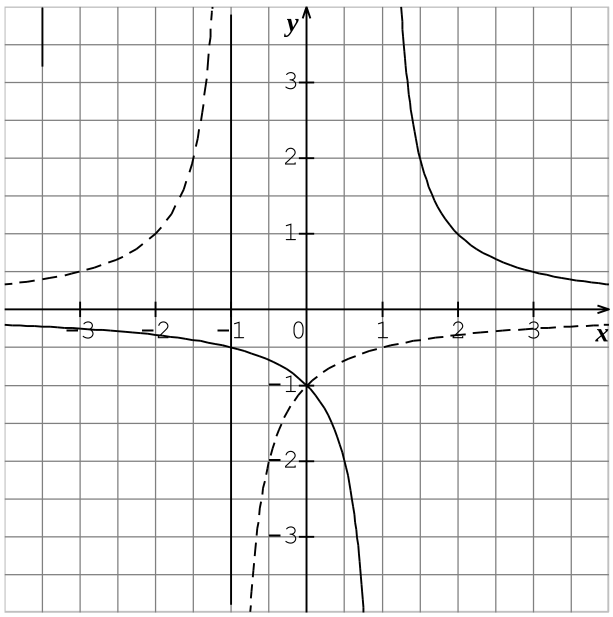



*Exemple* : f(x) = $x^2$ -1 et g(x) = 2($x^2$ - 1)
Dans le graphique ci-contre, f(x) est à nouveau représenté en trait plein et g(x) en pointillés.

*Observation* : le graphe de f(x) a subi une sorte "d'étirement dans le sens vertical.".  Les racines n'ont pas changé, ni les zones de croissance et de décroissance, ni le sens de la concavité.

*En général* :
*Un point (x, y) du graphe de f devient le point (x, ky) du graphe de g*
Le graphe de g(x) =k.f(x) a les mêmes racines que celui de f(x).
Les zones de croissance, décroissance, le sens de concavité sont inchangés.
N.B. : si k < 0 , il suffira de considérer successivement les transformations du graphe $g_1$ (x) = k' f(x) et g(x) = - $g_1$ (x) où k' = -k

## 3.6  g(x) = f(-x)



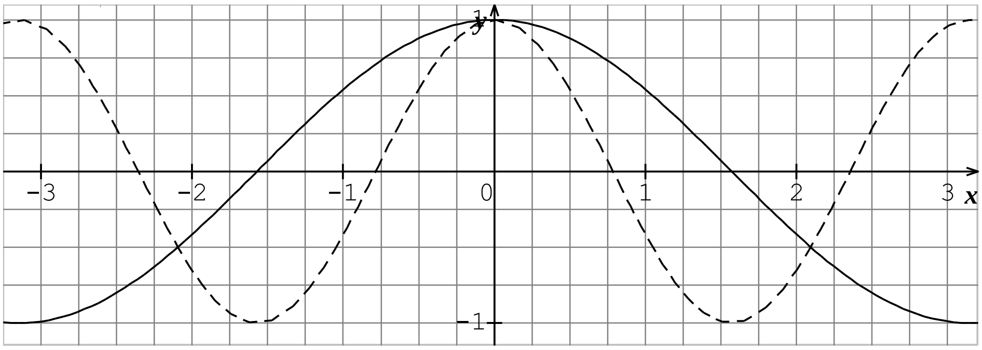

*Exemple* : f(x) = $\dfrac{1}{x-1}$ et g(x) = $\dfrac{1}{-x-1}$

*Observations* : les graphes de f et g sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.  Le point (0, -1) est commun aux deux graphes.

*En général* :
*Un point (x, y) du graphe de f devient un point (-x, y) du graphe de g.*
Les graphes de ces fonctions sont symétriques l'un de l'autre par rapport à l'axe des ordonnées. (et donc ils coupent cet axe en un même point)

## 3.7 g(x) = f(k.x)

*Exemple* : f(x) = cos x et g(x) = cos 2x




*Observations* : f(0) reste inchangé ⇒ le point du graphe de f(x) appartenant à l'axe des y appartient également au graphe de g(x)

L'ensemble du graphe de f(x) a subi une sorte de "rétrécissement" dans le sens horizontal.

*En général* :

*Un point (x, y) du graphe de f devient le point (* $\frac{x}{k}$ *, y) du graphe de g*

Le point du graphe de f(x) appartenant à l'axe des y appartient également au graphe de g(x).

## 3.8 Exercices.

I. A partir des graphes des fonctions de base rencontrés au début du chapitre et en utilisant les règles sur les fonctions déduites, tracer les graphes des fonctions suivantes

1. $f(x) = (x - 1)^3 + 2$
2. $f(x) = 2(x - 1)^2 + 3$
3. $f(x) = 2(x - 1)^3$
4. $f(x) = \sqrt{x+3}$
5. $f(x) = 3 - \sqrt{2+x}$
6. $f(x) = \sqrt{-x}$
7. $f(x) = \sqrt{1-x}$
8. $f(x) = 1 + 2\sqrt{-x+3}$
9. $f(x) = 3 + 2\sqrt{2x-1}$
10. $f(x) = |x - 4| - 2$
11. $f(x) = 2|2x + 1| - 3$
12. $f(x) = \cos \frac{x}{2}$
13. $f(x) = \tan 2x$
14. $f(x) = 1 + \cos x$
15. $f(x) = 2 - 3\cos x$
16. $f(x) = 3 + 2\cos 2x$
17. $f(x) = 3 + 2\cos(2x + \frac{\pi}{2})$
18. $f(x) = \cos(x - \pi)$
19. $f(x) = 1 + \tan(\frac{\pi}{2} + x)$
20. $f(x) = 2\sin \pi x$
21. $f(x) = \frac{2}{x-1}$
22. $f(x) = \frac{2}{2x+1}$
23. $f(x) = 5 + \frac{2}{x-1}$
24. $f(x) = \frac{1+2x}{x}$
25. $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$
26. $f(x) = \frac{1-5x^2}{x^2}$
27. $f(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$
28. $f(x) = 2 + E(2x)$
29. $f(x) = 3 - 2E(x)$
30. $f(x) = 2 + 3E(1 - x)$
31. $f(x) = E\left(\frac{x}{2}\right)$
32. $f(x) = E\left(\frac{x}{2} + 1\right)$

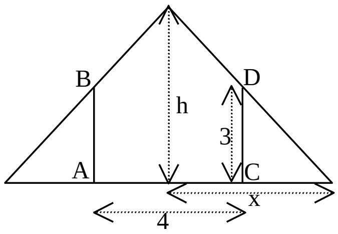
II. Un objet est lâché d'une hauteur de 125 mètres au temps t = 0.

a. Quelle est la fonction qui donne sa hauteur en fonction du temps ? Représentez cette fonction h(t).

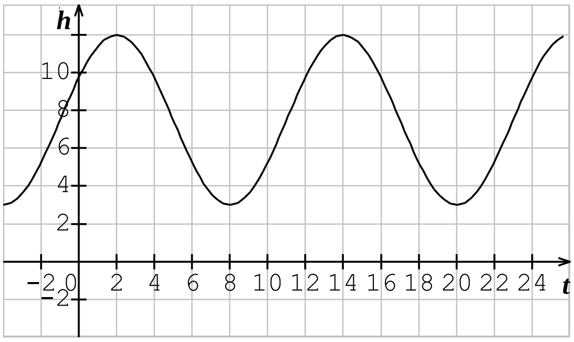
b. Si on appelle g(t) la hauteur d'un autre objet lâché en même temps mais d'une hauteur de 75 m, exprimer h en fonction de g et établissez le lien entre les deux graphes.

c. Si on appelle k(t) la hauteur d'un troisième objet lâché de 125 m mais 3 secondes plus tard, exprimez k en fonction de h et établir le lien entre les 2 graphes.
d. Que devient la fonction h(t) si le premier objet est lâché au voisinage de la lune : l(t) (toujours à une hauteur de 125 mètres) si on sait que l'attraction lunaire est 6 fois plus petite que l'attraction terrestre ?

III. Un toit en pente s'appuie sur les murs AB et CD. Ceux-ci sont hauts de 3 m et écartés l'un de l'autre de 4 m. Le toit peut être plus ou moins incliné.
a) Exprimer la hauteur h en fonction de la distance x.
b) Représenter graphiquement cette fonction en utilisant les graphes déduits.




IV. Le graphique ci-contre exprime la hauteur des marées en fonction de l'heure sur la côte atlantique et met ainsi en évidence le caractère semi-diurne (2 maximums et 2 minimums par jour) de ces marées.
Quelles valeurs faut-il donner aux paramètres pour que le niveau h de l'eau en fonction du temps (en heures) soit donné par h(t) = a sin (bt + c) + d où t = 0 correspond à minuit ?
Justifier votre procédé.




sol : $4.5 \sin\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{6}\right) + 7.5$

V. Un poids est suspendu à un ressort à 25 cm du plafond. On l'amène à 30 cm du plafond. On le lâche et il se met à osciller. Trouver une fonction qui modélise le mouvement sachant qu'une oscillation complète se fait en 3 secondes et représenter cette fonction. (On néglige les forces de frottement)

sol : $5 \sin\left(\frac{2\pi}{3}t + \frac{\pi}{2}\right) + 25$